

TEOREM PAJČEVINE IN PRIDELOVANJE KROMPIRJA NA  
SLOVENSKEM V LETIH 1952—1966

Jože MENCINGER\*)

Zahvaljujem se prof. dr. Aleksandru Bajtu  
za spodbudo in mnoge koristne nasvete  
pri raziskavi.

Pravilne v zaporedju ponavljajoče se cikle cen in količin kmetijskih pridelkov so ekonomisti poznali že dolgo. V dvajsetih letih so se pojavile tudi prve razlage teh ciklusov in l. 1934 je teoretični razlagi sledilo tudi ime »teorem pajčevine«, ki ga je pojavu dal Nicolas Kaldor<sup>1)</sup>. Že prej so trije ekonomisti: Henry Schultz, Umberto Ricci<sup>2)</sup> in Jan Tinbergen<sup>3)</sup> neodvisno drug od drugega razjasnili teorem, Mordecai Ezekiel pa mu je l. 1938 v Quarterly Journal of Economics<sup>4)</sup> dal splošno obliko. Kot uvod v dinamično ekonomsko analizo in dinamične ekonomske modele je teorem pajčevine postal tudi standardni primer v sodobnih ekonomskih učbenikih. Obenem s teoretično razlago so se pojavljali tudi s statističnimi metodami ugotovljeni primeri delovanja modela pajčevine za posamezne kmetijske kulture. Takšni ciklusi, imenujemo jih tudi kmetijski ciklusi, nastajajo zato, ker je prilagajanje proizvodnje v kmetijstvu zelo počasno in traja iz ciklusa v cikel enako dolgo. Tako enoletne kulture povzročajo dvoletne cikle, kulture, ki za svojo rast potrebujejo daljše obdobje, pa večletne cikle. Pridelovalci namreč morejo reagirati na povečano ceno posameznega kmetijskega pridelka v določenem letu s povečano ponujano količino tega pridelka šele v naslednjem letu, to povečano količino pridelka morejo prodati samo po nižji ceni, pri kateri pa so pripravljene pridelati manjšo količino. To je ponovno mogoče prodati po višji ceni, pri kateri spet z zaostankom povečajo ponujane količine. Tako cene in količine stalno krožijo okrog ravnovesne cene in ravnovesne količine. Takšno gibanje prikazuje model pajčevine.

Statistična analiza modela pajčevine je bila dolgo statistična analiza časovnih vrst in se je izredno razmahnila predvsem v razdobju po veliki gospodarski krizi. V tem razdobju je ta statistična veja, izredno hitro napredovala v metodah za ugotavljanje cikličnosti v gospodarstvu. Zato je tudi naraslo zanimanje za kmetijske cikle. Poudarek v analizi

teorema pajčevine je bil na ugotavljanju dolžine ciklusov, ne pa na ugotavljanju krivulj ponudbe in povpraševanja, ki določata delovanje teorema. Tako je bila v tem času uporabljena periodogramska analiza<sup>5)</sup> za izračunavanje dolžine ciklusov za gojenje prašičev, zanimiv način ugotavljanja časovnih zaostankov med različnimi časovnimi vrstami pa je prikazal Jones Herbert<sup>6)</sup>.

S statistično analizo teorema pajčevine v pridelovanju krompirja na Slovenskem ugotavljamo krivulje povpraševanja in ponudbe. Dolžina ciklusa, dve leti, je podatek, ne pa neznanica, podatki so letni, zveze med njimi pa so nezvezne. Naš namen je predvsem ugotoviti krivulji ponudbe in povpraševanja ter kroženje cene okrog ravnovesne cene, ki jo določata krivulja ponudbe in povpraševanja. Tako odpade predhodna analiza časovnih vrst, čas je spremenljivka, ki kaže razvoj, in katerega vpliv skušamo čimbolj zmanjšati. Pri tem bomo uporabili namesto multiple regresije in komplicirane kanonične analize<sup>7)</sup> parcialno analizo vsake časovne vrste posebej. S tem bomo predpostavili, da je trend časovnih vrst različen, in ga bomo odpravili iz vsake časovne vrste posebej.

Statistična analiza delovanja teorema pajčevine v pridelovanju krompirja na Slovenskem pokaže, da je tak »dinamičen model« pravzaprav statičen, ker predpostavlja statični krivulji povpraševanja in ponudbe. Statičnost krivulj povpraševanja in ponudbe pa pomeni, da se s časom ne spreminjajo pogoji, ki določajo ponudbo in povpraševanje, kar seveda ne drži. Z izločitvijo trenda iz časovnih vrst le delno odpravimo vplive sprememb, ki določajo ponudbo in povpraševanje.

Zahteve za delovanje modela so:

1. Določena, nespreminjajoča se krivulja povpraševanja
2. Določena, nespreminjajoča se krivulja ponudbe
3. Potrošniki in ponudniki kupujejo oz. prodajajo na čisto konkurenčnem trgu; potrošniki reagirajo na ceno takoj, ponudniki pa z zaostankom ene časovne enote.
4. Vse relacije modela so funkcijske nezvezne relacije, v prveru opazovanem razdobju cena ni ravnovesna cena.

Delovanje modela z izpolnjenimi zahtevami in s predpostavko linearnosti krivulj povpraševanja in ponudbe moremo analitično prikazati z rešitvijo diferenčne enačbe. V modelu z enačbama povpraševanja in ponudbe in z enakostjo obeh v času  $t$  je:

$$D_t = A + a P_t \text{ — funkcija povpraševanja}$$

$$S_t = B + b P_{t-1} \text{ — funkcija ponudbe}$$

$$X_t = S_t = D_t \text{ — prodane oziroma kupljene količine}$$

$$D_t \text{ — povpraševanje v času } t$$

$$S_t \text{ — ponudba v času } t$$

$$A, B, a, b \text{ — parametri}$$

$$X_t \text{ — količina dobrine v času } t$$

\* Autor je asistent na Pravni fakulteti v Ljubljani.

V funkcijah  $X_t = A + aP_t = B + bP_{t-1}$  lahko  $P_t$  izrazimo z diferenčno enačbo 1. stopnje, ki jo rešimo z metodo odstopanj od ravnovesnih količin. Enačba ponudbe in povpraševanja v ravnovesju je:

$$\bar{X} = A + a\bar{P} = B + b\bar{P}$$

Iz nje sta ravnovesna količina in ravnovesna cena

$$\bar{X} = \frac{Ab - aB}{b - a} \quad \bar{P} = \frac{A - B}{b - a}$$

Če od enačb ponudbe in povpraševanja v času  $t$  odštejemo enačbi ponudbe in povpraševanja v ravnovesju in razlike označimo z malimi črkami:  $p_t = P_t - \bar{P}$ ,  $x_t = X_t - \bar{X}$  dobimo  $X_t - \bar{X} = A + aP_t - (A + a\bar{P}) = B + bP_{t-1} - (B + b\bar{P})$ .

$$x_t = ap_t = bp_{t-1}$$

$$p_t = \left(\frac{b}{a}\right) p_{t-1}$$

Za  $t - 1 = 0$  dobimo

$$p_1 = \frac{a}{b} p_0$$

$$p_2 = \frac{a}{b} p_1 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 p_0$$

$$p_3 = \frac{b}{a} p_2 = \left(\frac{b}{a}\right)^3 p_0$$

$$p_t = \left(\frac{b}{a}\right)^t p_0$$

$$p_t = \bar{P} + \left(\frac{b}{a}\right)^t (P_0 - \bar{P})$$

Cena v določenem razdobju je torej nezvezna funkcija odstopanja cene začetnega razdobja od ravnovesne cene (zahteva 4), naklona krivulj povpraševanja (1) in ponudbe (2) in pa časovne oddaljenosti (3) razdobja od začetnega razdobja opazovanja. »Normalna« krivulja povpraševanja je negativna ( $a < 0$ ), »normalna« krivulja ponudbe pozitivna ( $b > 0$ ), njen kvocient je torej negativen, kar pomeni, da se bo cena gibala okrog ravnovesne cene, od absolutne velikosti  $a$  in  $b$  pa bo odvisno, ali se bo cena približevala ali oddaljevala od ravnovesne cene. Dobimo poznane rezultate

$$\frac{b}{a} = c < -1; \text{ nagib } S > \text{ nagib } D \text{ — naraščajoče oscilacije}$$

$c = 1$ ; nagib  $S =$  nagib  $D$  — enakomerne oscilacije

$-1 < c < 0$ ; nagib  $S <$  nagib  $D$  — padajoče oscilacije

Pri »nenormalnosti« ene od krivulj so vrednosti  $c > 0$ , kar daje rezultate:

$0 < c < 1$ ; nagib  $S <$  nagib  $D$  — neoscilatorno približevanje k ravnovesni ceni

$c = 1$ ; nagib  $S =$  nagib  $D$  — ravnovesna cena nedoločljiva zaradi vzporednosti obeh krivulj

$c > 1$ ; nagib  $S >$  nagib  $D$  — neoscilatorno oddaljevanje od ravnovesne cene

## I.

Zahteve, ki smo jih našli za takšno delovanje modela, so v analizi gibanja cen in pridelka krompirja le v manjši meri izpolnjene. Analiza zajema razdobje 15 let, od vštetelega leta 1952 do vštetelega leta 1966, podatki pa so vzeti iz Letopisa SZS in dopolnjeni s podatki Zavoda za statistiko SRS. Celotno analizo razdelimo v dva dela, v prvem delu s statističnimi metodami ugotavljamo delovanje modela pajčevine, v drugem delu pa analiziramo posamezne postopke in pomanjkljivosti analize ter izpolnjenost zahtev za delovanje modela.

Tabela 1  
Pridelek in cene krompirja

Leto	t	Dejanski pridelek v tonah	Cena za kg v starih dinarjih	Posajene površine v ha	Teoretični pridelek v tonah
1	2	3	4	5	6
1952	1	471624,2	49,60		
1953	2	527023,5	25,02	50013	171924,6
1954	3	547475,0	29,37	49266	661888,7
1955	4	619992,9	26,79	50907	683935,5
1956	5	686944,3	23,95	58094	780492,9
1957	6	983944,6	20,88	59120	794277,2
1958	7	957853,1	21,86	56080	753434,8
1959	8	734839,9	31,75	57203	768522,3
1960	9	949656,9	24,96	53454	718154,5
1961	10	787969,6	36,32	51745	695194,1
1962	11	723230,6	42,38	52091	699842,5
1963	12	811549,3	30,62	55545	746247,1
1964	13	736574,2	39,27	52873	710348,7
1965	14	523059,4	53,27	50554	679192,9
1966	15			54676	734572,1

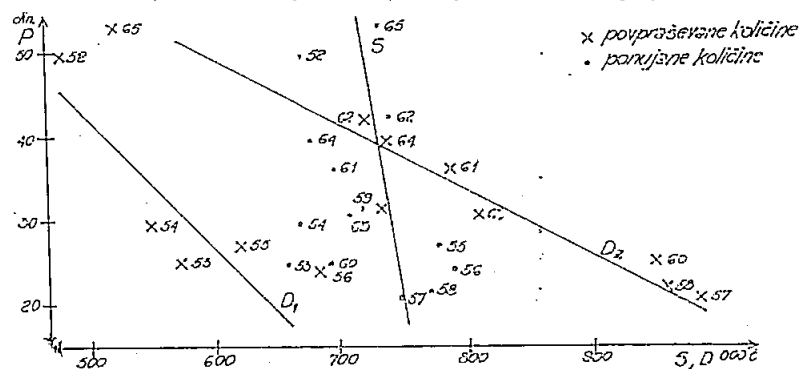
## Pojasnilo tabele:

Cena za kg krompirja (4) v posameznem letu je v resnici povprečna cena posamezne letine. Cena v letu  $t$  je s količino prodaje ponderirana cena krompirja v mesecih oktober, november in december leta  $t$  in mesecih januar, februar, marec in april leta  $t + 1$ . Cene do septembra tekočega leta so neodvisne od pridelka v istem letu, cene od aprila naprej v prihodnjem letu pa spet ne morejo vplivati na ponudbo v tem letu, ker so polja s krompirjem že posajena. Ponderacija cen po mesecih s ponderji 26, 15, 6, 4, 4, 9 je izvršena na podlagi ocen SZS o prodanih količinah, zelo malo vpliva na povprečno ceno letine, je pa zaradi domače porabe v tej analizi tudi nepotrebna. Cene so ponderirane tudi z indeksom cen kmetijskih pridelkov.

Teoretični pridelok krompirja (6) je količina krompirja, ki bi jo pridelali, če bi bili hektarski donosi v vseh petnajstih letih enaki in bi bila pridelana količina samo funkcija zasajenih površin. To pomeni, da smo izločili ostale faktorje, kot so vreme, način obdelovanja ipd.

Na grafikonu 1 so prikazani podatki iz tabele 1, tako da odnosi med dejanskimi pridelki (kolona 3) in ceno (kolona 4) predstavljajo odvisnost povpraševanih količin od cene, odnosi med teoretičnimi pridelki v času  $t + 1$  (kolona 6) in ceno v času  $t$  (kolona 4) pa odvisnost ponujanih količin od cene.

Grafikon 1: Povpraševanje in ponudba krompirja



Iz grafikona dejanskih serij, iz katerih poskušamo dobiti krivulji povpraševanja in ponudbe, je razvidno, da je določenost krivulj zelo slabo in da je krivulja ponudbe »nenormalna«. Iz točk, ki označujejo povpraševanje v letih 1952—56, in iz ostalih točk, ki označujejo povpraševanje, moremo sklepati na premik v krivuljah povpraševanja v letu 1957, iz točk, ki v letih 1953—55 označujejo ponudbo, in iz ostalih točk, ki označujejo ponudbo, pa na premik krivulje ponudbe v letu 1956. Zato poskušamo te premike krivulj na neki način odpraviti in ugotoviti krivulji ponudbe in povpraševanja iz tako korigiranih podatkov.

Krivulji ponudbe oz. povpraševanja sta regresijski krivulji, ki kažeta odvisnost med pripravljenostjo prodati oz. kupiti določeno količino

dobrine pri različnih cenah. Izločiti moramo faktorje, ki povzročajo spremembo ponudbe in povpraševanja oz. premike krivulje ponudbe in krivulje povpraševanja. Te spremembe dobro izrazi čas, zato v posameznih dejanskih časovnih vrstah izračunamo trendno gibanje cen, količin dejanskega pridelka in količin teoretičnega pridelka. Tako dobimo funkcije, v katerih je  $t =$  (tekoče leto — leto 1952) neodvisna spremenljivka.

$$\hat{P}_t = 25,83 + 0,8985 t \quad r = 0,3671 \quad F = 1,869 \quad (1)$$

(0,6570)

$$\hat{D}_t = 615500 + 13740 t \quad r = 0,3405 \quad F = 1,574 \quad (2)$$

(10950)

$$\hat{S}_t = 716200 + 671,4 t \quad r = 0,0664 \quad F = 0,5305 \quad (3)$$

(2914,0)

Nizki koeficienti korelacije in nesignifikantnost  $F$  količin ( $F_{0,05}$  za 1,12 stopenj prostosti je 4,75) kažejo, da je zveza med odvisnimi spremenljivkami in časom zelo slaba. Iz podatkov v tabeli 1 je razvidno, da je treba na neki način upoštevati nenadno povečanje zasajenih površin in s tem teoretičnega pridelka v letu 1956 ter temu povečanju odgovarjajoče povečanje dejanskega pridelka in padec cen v l.1957, ki ju z linearnim trendom ni mogoče uspešno eliminirati, čeprav je očitno, da to povečanje pomeni premik krivulj povpraševanja in ponudbe. Ena od možnosti, da upoštevamo premike krivulj, je uvedba kvalitativnih (dummy) spremenljivk v analizo.

Kvalitativne spremenljivke nasploh uporabljamo v ekonomskih raziskavah za izražanje kvalitativnih razlik, kot so spol, poklic, socialni status ipd., in za izražanje časovnih efektov, kot so premiki med sezonami, mirnimi in vojnimi leti, menjavami političnih režimov ipd. Take kvalitativne spremenljivke moremo uporabiti kot samostojne neodvisne spremenljivke v regresijskih analizah, mogoče pa jih je tudi na razne načine medsebojno in z drugimi spremenljivkami kombinirati. V naši analizi jih uporabimo, da bi eliminirali že iz Tabele 1 razviden skok v pridelovanju krompirja. Z njimi izrazimo reakcijo pridelovalcev krompirja na spremembo kmetijske politike, ki se je vršila v teh letih z ukinitvijo zadrug, prehodom na obdavčenje po katastru, uvedbo kooperacije in sploh spremenjenim odnosom države do kmetov. Uvedba kvalitativne spremenljivke je računsko enostavna, z njo pa lahko v linearni regresijski zvezi izračunamo samo skok na novi nivo pri enakih naklonih krivulje pred spremembo in po spremembi, ali pa tudi spremembo naklonov krivulj.

Kvalitativna spremenljivka  $X$  ima vrednost 0, če na pojav ni vplival kvalitativni faktor, ki ga želimo upoštevati, in 1, če je ta faktor vplival na opazovani pojav. V naši analizi poskušamo s kvalitativno spremenljivko izraziti tako premik kot tudi spremembo naklona krivulje. Ker se v naši ekonomski literaturi kvalitativne spremenljivke še malo uporabljajo, si bomo nekaj rezultatov podrobneje ogledali. V funkcije

(1 — 3) uvedemo poleg časa kot neodvisno spremenljivko še kvalitativno spremenljivko  $X$ , tako da dobimo tele zveze v trendu cen:

$$P_t = b_1 + b_2 t + b_3 X_t$$

$$P_t = (b_1 + b_3 X_t) + b_2 t,$$

kjer je  $X_t = 1$  za  $t' \geq t \geq t''$  in  $X_t = 0$  za  $t'' > t > t'$  in kjer  $t'$  oz.  $t''$

$$P_t = b_1 + b_2 t + b_3 X_t + b_4 X_t t$$

$$P_t = (b_1 + b_3 X_t) + (b_2 t + b_4 X_t t),$$

označujeta razdobja, v katerih začne oziroma preneha delovati kvalitativni faktor. Če upoštevamo še spremembo naklona krivulje, dobimo te funkcije: kjer je pravtako  $X_t = 1$  ali  $X_t = 0$  glede na gornji kriterij.

Večji problem, kot samo avtomatično uvesti kvalitativne spremenljivke, je najti  $t'$  oz.  $t''$  tako, da bo funkcija ne samo statistično dobro prilagojena ampak tudi ekonomsko smiselna. Statistično »dobro« krivuljo bi s kombinacijami več kvalitativnih spremenljivk kaj lahko dosegli. Kvalitativna spremenljivka mora res v pravem trenutku izraziti nastalo kvalitativno spremembo. Iz Tabele 1 je razvidno, da se je eksogeni kvalitativni faktor, ki bo vplival na vse časovno kasnejše zveze, izrazil v spremembi ponudbe v letu 1956. Nenadno povečanje površin, zasajenih s krompirjem s 50907 ha na 58094 ha, to je za 16% pri sicer majhni variabilnosti, nikakor ne more biti v zvezi s ceno v letu 1955, zato to leto vzamemo kot primerno za uvedbo  $X_t = 1$ . Nova regresijska funkcija je

$$S_t = 688100 - 7768 t + 116300 X_t, \quad X_t = 0 \text{ za } t < 4 \quad (4)$$

(2464)      (24210)

$$X_t = 1 \text{ za } 4 \leq t \leq 14$$

Koeficient multiple korelacije je zdaj  $R = 0,8239$  (korelacijski koeficient v funkciji (3), ki je brez kvalitativne spremenljivke, je bil  $r = 0,0664$ ), sama zveza pa je z  $F = 11,62$  visoko signifikantna ( $F_{0,01}$  za 2,11 stopenji prostosti je 7.20). Rezultat še izboljšamo s predpostavko, da se je spremenil tudi naklon krivulje, tako da dobimo

$$S_t = 660500 + 6006 t + 146100 X_t - 14020 X_t t \quad (5)$$

(18830)      (47350)      (19000)

Koeficient multiple korelacije je  $R = 0,8339$ , zveza je prav tako visoko signifikantna z  $F = 7,61$  ( $F_{0,01}$  za 3,10 stopenji prostosti je 6.55).

Iz tabele 1 je razvidno, da so teoretični pridelki zelo visoki predvsem v letih 1955—59, zato uvedemo kvalitativno spremenljivko  $X_t = 1$  za  $4 \leq t \leq 7$ , kar ponovno izboljša statistično vrednost regresijske zveze ( $R = 0,9037$  in  $F = 14,86$ ), vendar pa s tem že pridemo na nevarno pot mehanične interpretacije rezultatov statistične analize. S kombinacijami

kvalitativnih spremenljivk bi lahko odpravili skoraj vsa odstopanja od neke vnaprej zamišljene krivulje, s tem pa bi odstranili skoraj vse, kar nam v analizi ne zagotavlja zamišljenih rezultatov, oz. upoštevali skoraj vse faktorje, ki bi mogli vplivati na pojav.

Če bi v časovni vrsti povpraševanih količin uporabili kvalitativno spremenljivko samo glede na dejansko serijo, bi vzeli  $X_t = 1$  za  $t \geq 6$ , čeprav je iz modela razvidno, da se eksogena kvalitativna spremenljivka pojavi pri ponujanih količinah za  $t \geq 4$ , torej v enačbi povpraševanih količin za  $t \geq 5$ . Rezultati so statistično boljši v primeru nepravilne odreditve  $X_t = 1$  za  $t \geq 6$ . Koeficienta multiple korelacije sta v tem primeru  $R = 0,7889$  za krivuljo z nespremenjenim naklonom in  $R = 0,9124$  za krivuljo s spremenjenim naklonom, medtem ko sta za  $t \geq 5$  odgovarjajoča koeficienta  $R = 0,7589$  oz.  $R = 0,8016$ . Resničen premik količin je moral nastopiti za  $t \geq 5$ , zaradi premika pri teoretičnih količinah oz. posajenih površinah za  $t \geq 4$ , s  $t \geq 6$  pa smo vključili neki drug premik, ki je v resnici samo kvantitativno veliko odstopanje od trendnih vrednosti, numerično pa le izraz izredno slabe letine pri že povečanih površinah v letu 1956 in izredno dobre letine v naslednjem letu. Iz modela je razvidno, da je smiselna uvedba  $X_t = 1$  za  $t \geq 5$ . Pri takšni uporabi kvalitativne spremenljivke dobimo

$$\widehat{D}_t = 593800 - 20930 t + 394400 X_t, \quad R = 0,7589 \quad (6)$$

(12750)      (113800)       $F = 7,115$  za 2,11 stopenji prostosti

$$\widehat{D}_t = 425100 + 46550 t + 602000 X_t - 71570 X_t t, \quad R = 0,8016 \quad (7)$$

(51460)      (188800)      (53000)       $F = 5,933$  za 3,10 stopenji prostosti

Zveza je še vedno visoko korelirana, tudi signifikantnost je dovolj visoka.

Tudi v dejansko časovno serijo cen uvedemo kvalitativno spremenljivko  $X_t = 1$  za  $t \geq 5$  in tudi tu je zveza boljša kot bez uvedbe kvalitativne spremenljivke

$$\widehat{P}_t = 26,75 + 2,374 t - 16,79 X_t t, \quad R = 0,6018 \quad (8)$$

(0,950)      (8,478)

$F = 3,124$  za 2,11 stopenji prostosti je signifikanten samo pri 0,10

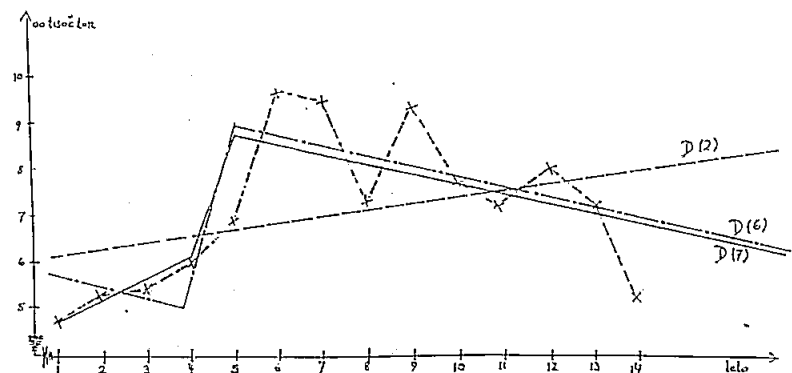
$$\widehat{P}_t = 48,71 - 6,408 t - 43,800 X_t + 9,315 X_t t, \quad R = 0,6624 \quad (9)$$

(3,032)      (11,12)      (3,123)

$F = 0,8139$  za 3,10 stopenji prostosti je signifikanten samo pri 0,10.

Tudi tu nekateri poskusi z uvedbo ciklusa v razdobju 56—59 dajejo statistično boljše rezultate, njihova interpretacija pa je dvomljiva. Za boljši pregled rezultatov, ki smo jih dobili z kvalitativnimi spremenljivkami, je na grafikonu 2 prikazanih nekaj funkcij povpraševanih količin, izračunanih z uporabo oz. brez uporabe kvalitativnih spremenljivk.

Grafikon 2: Prilaganje krivulj resničnim vrednostim



x dejanske vrednosti  
 — — —  $D = f(t)$  vrednosti linearnega trenda količin krompirja  
 — . —  $D = f(t, X_1)$  vrednosti z enostavno kvalitativno spremenljivko  
 — — —  $D = f(t, X_1, X_2, t)$  vrednosti s sestavljeno kvalitativno spremenljivko.

Na grafikonu 2 so s križci prikazane povpraševane količine krompirja v opazovanem razdobju,  $D(2)$  prikazuje linearen trend,  $D(6)$  krivuljo, ki jo dobimo, če poleg časa uvedemo kot neodvisno spremenljivko enostavno kvalitativno spremenljivko,  $D(7)$  pa krivuljo, ki jo dobimo, če kot neodvisno spremenljivko uvedemo poleg časa še sestavljeno kvalitativno spremenljivko.

Faktorje, ki povzročajo premike krivulj povpraševanja in ponudbe, moramo izločiti, da bi dobili očiščene krivulje. To najbolj napravimo tako, obe funkciji izračunamo iz količnikov  $S_i/\widehat{S}_i$ ,  $D_i/\widehat{D}_i$  in  $P_i/\widehat{P}_i$ ,

kjer so  $S_i$ ,  $D_i$  in  $P_i$  dejanske količine oz. cene  $\widehat{S}_i$ ,  $\widehat{D}_i$  in  $\widehat{P}_i$  pa funkcijske vrednosti enačb 1, 2, 3 oziroma 5, 7 in 9. Z relativnimi vrednostmi najuspešneje eliminiramo poleg sprememb faktorjev, ki določajo funkcije povpraševanja in ponudbe, še ceno denarja in utežne enote. Tabela 2 prikazuje lestvico povpraševanja in lestvico ponudbe, ki ju dobimo iz kvocientov med resničnimi vrednostmi in funkcijskimi vrednostmi brez kvalitativnih spremenljivk (enačbe 1,2,3), tabela 3 pa lestvico povpraševanja in lestvico ponudbe, ki ju dobimo iz kvocientov med resničnimi vrednostmi in funkcijskimi vrednostmi, izračunanimi s kvalitativnimi spremenljivkami.

Tabela 2

Lestvici povpraševanja in ponudbe, izračunani brez kvalitativnih spremenljivk

(1)	(2)	(3)	(4)
$t$	$P_i/\widehat{P}_i$	$D_i/\widehat{D}_i$	$S_i/\widehat{S}_i$
1	1,856	0,749	0,937
2	0,906	0,819	0,922
3	1,029	0,833	0,952
4	0,911	0,924	1,085
5	0,790	1,004	1,103
6	0,669	1,408	1,046
7	0,681	1,346	1,066
8	0,961	1,012	0,995
9	0,736	1,284	0,962
10	1,043	1,046	0,969
11	1,185	0,943	1,031
12	0,836	1,039	0,980
13	1,047	0,927	0,936
14	1,387	0,647	1,012

Funkcija povpraševanja, izračunana iz gornje lestvice povpraševanja, je

$$\widehat{D} = 1,5182 - 0,5182 P \quad r = 0,744 \quad (10)$$

(0,1355)  $F = 14,692$

funkcija ponudbe pa

$$\widehat{S} = 1,0724 - 0,0727 P \quad r = 0,391 \quad (11)$$

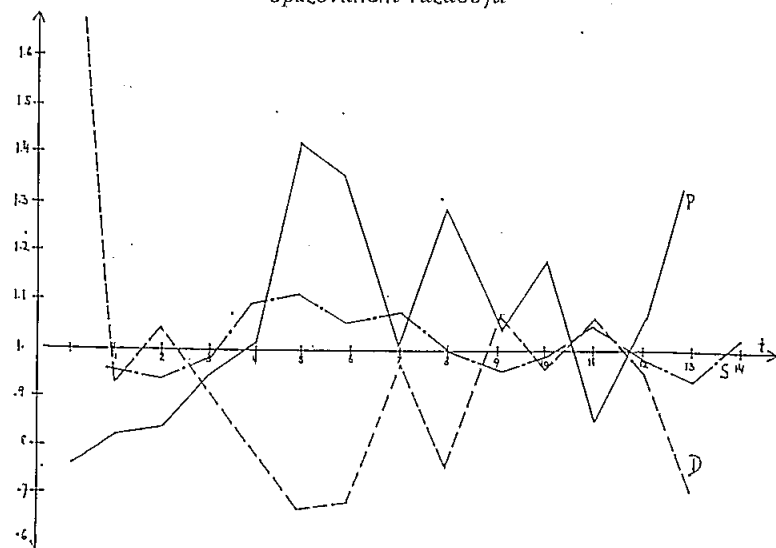
(0,0492)  $F = 2,16$

Prva je statistično dobro določena in »normalna«, druga pa je »nenormalna« in statistično slabo določena ( $F_{0,01}$  za 1,12 stopenji prostosti je 9,33,  $F_{0,05}$  za 1,12 stopenji prostosti je 4,75).

Tako izračunani krivulji ponudbe in povpraševanja dasta ravnovesno ceno ( $P = 1$ ) in ravnovesno količino ( $X = 1$ ), razmerje med koeficientoma naklona krivulj ( $b/a = 0,1403$ ) daje hitro neoscilatorno približevanje k ravnovesni ceni. Tako bi si odstopanja od ravnovesne cene sledila  $p_0 = 0,856$ ,  $p_1 = 0,120$ ,  $p_2 = 0,0168$ ,  $p_3 = 0,0022$ .

Grafikon 3 kaže gibanje cen in količin v času, to pa je precej drugačno, kot ga zahtevata izračunani krivulji povpraševanja in ponudbe.

Grafikon 3: Gibanje cen, povpraševanih količin in ponujanih količin v opazovanem razdobju



Grafikon 3 ilustrira ugotovitve o krivulji povpraševanja in krivulji ponudbe. Iz grafikona je razvidno, da sta si časovni vrsti cen in povpraševanih količin skoraj inverzni, zato visoka koreliranost ( $r = 0,744$ ) linearni regresijski zvezi. Časovna vrsta ponujanih količin ima manjše variacije, zato je korelacijska zveza v krivulji ponudbe slabša ( $r = 0,391$ ), funkcija ponudbe pa ni linearna.

Tabela 3

Lestvice povpraševanja in ponudbe, izračunani s kvalitativnimi spremenljivkami

(1)	(2)	(3)	(4)
$t$	$P_t/\widehat{P}_t$	$D_t/\widehat{D}_t$	$S_t/\widehat{S}_t$
1	1,1725	0,9999	1,0081
2	0,6971	1,0170	0,9842
3	0,9960	0,9694	1,0079
4	1,1608	1,0142	1,0076
5	1,2319	0,7616	1,0361
6	0,9343	1,1210	0,9933
7	0,8655	1,1243	1,0240
8	1,1353	0,8780	0,9672
9	0,8137	1,1696	0,9465
10	1,0880	1,0013	0,9633
11	1,1742	0,9492	1,0387
12	0,7891	1,1013	0,9998
13	0,9460	1,0347	0,9669
14	1,2047	0,7615	1,0569

Linearna funkcija povpraševanja iz podatkov lestvice povpraševanja je

$$\widehat{D} = 1,525 - 0,5243 P \quad R = 0,738 \quad (12)$$

(0,1383)  $F = 14,36$

kvadratna funkcija povpraševanja pa

$$\widehat{D} = 0,4900 + 3,705 P - 2,152 P^2 \quad R = 0,844 \quad (13)$$

(1,670) (0,8476)  $F = 13,66$

Konstantna cenovna elastičnost, ki smo jo izračunali iz zveze  $D = aP^E$  torej logaritemsko linearne funkcije povpraševanja, je  $E = -0,316$ .

Kakor je iz kasnejše analize razvidno, je smiselno in tudi statistično pravilno, da izračunamo krivuljo povpraševanja tako, da je cena odvisna in količina neodvisna spremenljivka. Zato moramo izračunati obratno zvezo, saj je naklon krivulje v tem primeru bistveno drugačen. Spremenljivke so namreč samo v korelacijski odvisnosti. Takšna funkcija da te rezultate:

$$P = 2,046 - 1,039 D \quad r = 0,738 \quad (14)$$

(0,2741)  $F = 14,36$

iz nje izračunana funkcija povpraševanja pa

$$D = 1,969 - 0,9625 P.$$

Funkciji povpraševanja, ki sta izračunani iz podatkov 2 in 3 table (funkciji (10) in (12)), se le malo razlikujeta tako v naklonih, kot tudi v določenosti prve in druge, medtem ko sta si funkciji ponudbe zelo različni. Iz podatkov tabele 3 izračunana funkcija ponudbe postane pozitivna, statistično pa je, čeprav je tudi slabo določena, vendarle mnogo bolj določena, kot funkcija ponudbe, izračunana iz podatkov tabele 2.

$$\widehat{S} = 0,0102 + 0,08848 P \quad R = 0,4825 \quad (15)$$

(0,04635)  $F = 3,643$

$$\widehat{S} = 1,324 - 0,7812 P + 0,4424 P^2 \quad R = 0,5827 \quad (16)$$

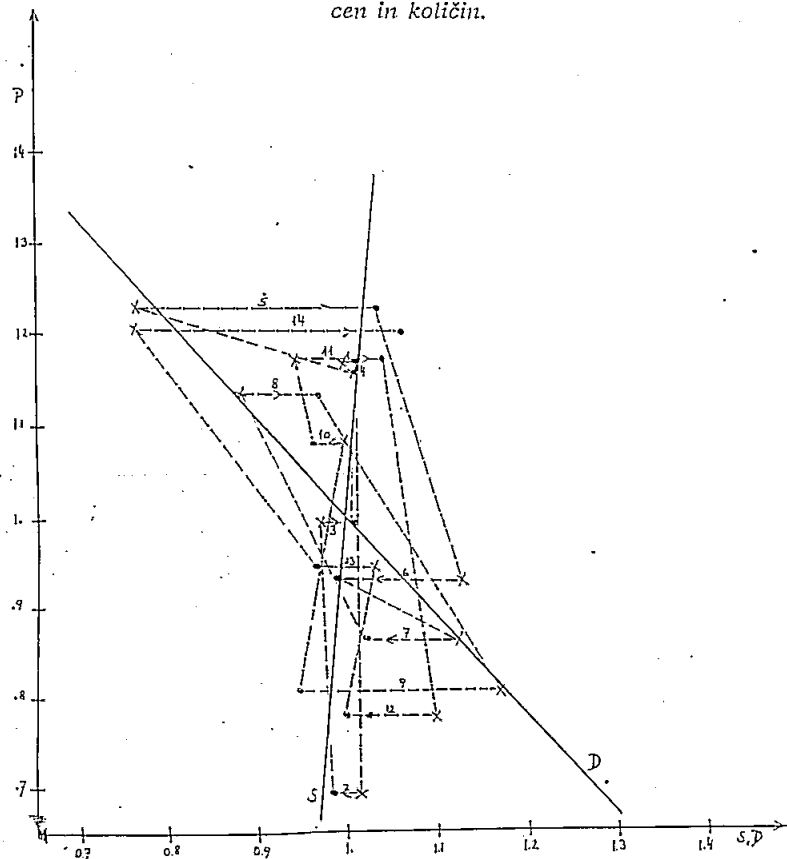
(0,6539) (0,3318)  $F = 2,828$

Konstantna cenovna elastičnost ponudbe, spet izračunana iz logaritemsko linearne funkcije ponudbe, je pričakovano nizka ( $E = 0,0426$ ). Če bi hoteli upoštevati še možnost, da pridelovalci na ceno ne reagirajo samo s spreminjanjem s krompirjem zasajene površine, ampak tudi z načinom obdelovanja, lahko krivuljo ponudbe izračunamo tudi tako, da kot ponujano količino vzamemo dejanski pridelok v letu  $t + 1$  kot funkcijo cene v letu  $t$ . Določenost takšne krivulje ponudbe pa je še slabša, kar smo tudi pričakovali. Razmerje med koeficientoma naklona krivulj 15 in 12 ( $b = 0,08848$ ,  $a = -0,5243$ ) kaže, da bi cena zelo hitro oscilirala k ravnovesni ceni. Zaporedne cene bi imale vrednosti  $P_0 = 1,1725$ ,  $P_1 = 0,9709$ ,  $P_2 = 1,0049$ ,  $P_3 = 0,9992$  itd.

Padajoče oscilacije, celo še hitrejše dobimo tudi iz razmerja med koeficientoma naklona krivulji 15 in 14 ( $b = 0,08848$ ,  $a = -0,9625$ ). Vrednosti si v tem primeru slede  $P_0 = 1,1725$ ,  $P_1 = 0,9841$ ,  $P_2 = 1,0171$ ,  $P_3 = 0,9984$ .

Na diagramu 4 sta prikazani krivulji ponudbe in povpraševanja ter resnična gibanja cen in količin.

Grafikon 4: Krivulji ponudbe in povpraševanja ter dejansko gibanje cen in količin.



- \* povpraševane količine
- ponujane količine

Poudarjeni črti na grafikonu sta izračunani krivulji ponudbe ( $S$ ) in povpraševanja ( $D$ ), križci označujejo povpraševane količine pri cenah v vsakem letu, točke pa teoretično ponujane količine v naslednjem letu. Številke označujejo zaporedna leta.

## II.

Gibanja, kakor jih dajejo rezultati analize v prvem delu, so popolnoma različna od resničnih gibanj. Zato je treba pojasniti posamezne postopke, ki smo jih uporabili v analizi in poiskati slabosti, ki jih takšna analiza vsebuje. Ker model deluje, samo če so izpolnjene na začetku analize navedene zahteve, je najbolje, če si ogledamo, kako so te zahteve izpolnjene v izbranem primeru.

1.) Pri krivulji povpraševanja moramo predvsem odgovoriti na dve med seboj povezani vprašanji.

1. Ali je mogoče ugotovljeno zvezo identificirati kot funkcijo povpraševanja?

2. Ali imamo izpolnjeno predpostavko »ceteribus paribus« glede faktorjev povpraševanja?

Samo z leve na desno padajoči sistem točk, ki ponazarja vrednosti cen in količin s svojim negativnim naklonom, torej padajoča funkcija sama po sebi, zato ker je padajoča, nikakor še ni zagotovilo, da je to res funkcija povpraševanja. Prav lahko je nekakšna kombinacija funkcije povpraševanja in ponudbe, saj so točke, ki v vsakem letu predstavljajo količine in cene, samo simultane rešitve treh enačb, enačbe povpraševanja, enačbe ponudbe in enačbe enakosti v vsakem letu. Tako je vsaka točka samo ugotovljivo sečišče hipotetičnih in neugotovljenih krivulj povpraševanja in ponudbe v tem letu. Funkcija povpraševanja torej ni neka neodvisna funkcija, ampak je samo ena od zvez v modelu, v katerem nimamo funkcijskih, ampak imamo korelacijske odvisnosti. V takem modelu veljajo te zveze:

1.  $D_t = A + aP_t + u_t$  — funkcija povpraševanja

2.  $S_t = B + bP_t + v_t$  — funkcija ponudbe

3.  $X_t = D_t = S_t + w_t$  — enakost

$u_t$ ,  $v_t$ ,  $w_t$  — odstopanja od funkcijskih zvez med spremenljivkami. Iz modela je razvidno, da vsebuje samo dve endogeni spremenljivki  $X_t$  in  $P_t$ , da bi pa mogli enačbi identificirati eno kot funkcijo povpraševanja, drugo pa kot funkcijo ponudbe, bi morali imeti še eksogene spremenljivke ali kakšne druge omejitve vsaj za eno od funkcij. Posamezna enačba v modelu je identificirana le, če z linearnimi kombinacijami katerekoli od ostalih ali vseh ostalih enačb ne moremo dobiti enačbe, ki bi vsebovala iste spremenljivke. Tega pa v gornjem modelu ne moremo ugotoviti, saj lahko iz sistema gornjih enačb dobimo z linearnimi kombinacijami funkcijo, ki vsebuje iste spremenljivke kot funkcija povpraševanja. L. Klein<sup>5</sup> to dokazuje na sledeči način:

$$D_t = A + aP_t + u_t$$

S substitucijo v zadnji enačbi dobimo

$$D_t = B + bP_t + v_t + w_t$$

Vrednost enačb se ne spremeni, če obe strani enačb množimo z istim faktorjem. Naj bosta ta dva faktorja Lagrangeova multiplikatorja  $\lambda$  in  $\mu$ . Če enačbo množimo s  $\lambda$ , drugo z  $\mu$  dobimo

$$\lambda D_t = \lambda A + \lambda a P_t + \lambda u_t$$

$$\mu D_t = \mu B + \mu b P_t + \mu (v_t + w_t)$$

$$D_t (\lambda + \mu) = \lambda A + \mu B + (\lambda a + \mu b) P_t + \lambda u_t + \mu (v_t + w_t)$$

$$D_t = \frac{\lambda A + \mu B}{\lambda + \mu} + \left( \frac{\lambda a + \mu b}{\lambda + \mu} \right) P_t + \frac{\lambda u_t + \mu (v_t + w_t)}{\lambda + \mu}$$

Zadnja enačba vsebuje iste spremenljivke kot funkcija povpraševanja, tretji člen na desni strani enačbe je neugotovljiv, parameter za  $P_t$ , pa je lahko negativen ali pozitiven, ker sta  $\mu + \lambda$  poljubni števili. Tako funkcije povpraševanja iz modela ni mogoče identificirati brez omejitev.

Na enostavnejši način pa moremo gornji Kleinov dokaz<sup>8)</sup> izpeljati po drugi poti. Krivulja ne samo da brez omejitev, ki so navadno eksplisitno ali implicitno vsebovane v izračunih, ni identificirana, ampak je tudi neugotovljiva.

Če količine in cene iz gornjega modela izrazimo v odstopanjih od ravnovesnih količin in cen, dobimo

$$x_t = d_t = s_t + w_t = a p_t + u_t = b p_t + v_t + w_t \quad (18)$$

$$p_t = \frac{u_t - v_t - w_t}{b - a} \quad x_t = \frac{b u_t + a (v_t + w_t)}{b - a}$$

Ker pa so količine  $u_t$ ,  $v_t$  in  $w_t$  neugotovljive, sta neugotovljiva tudi  $p_t$  in  $x_t$ . Problem iz parov podatkov o ceni in količini ugotoviti funkcijo povpraševanja so ekonomisti reševali na različne načine; Tinbergen<sup>9)</sup> je uvedel v model eksogene spremenljivke, ki so karakteristične za posamezno funkcijo, Moore in Ricci<sup>2)</sup> sta enostavno vzela dobljeno funkcijo kot funkcijo povpraševanja, funkcijo, ki kaže odvisnost med količino v sledečem razdobju od cene v danem razdobju, pa kot funkcijo ponudbe. S tem da sta se poslužila domneve, da se pogoji na strani ponudbe spreminjajo hitreje kot na strani povpraševanja. To domnevo smo tudi mi uporabili v analizi, saj smo določili krivuljo povpraševanja iz njenih sečišč s premikajočo se krivuljo ponudbe. Model 17 smo spreminili tako, da je bil  $u_t$  zanemarljivo majhen v primerjavi z  $v_t$ .

Če namreč v funkcijo (18) uvedemo predpostavko ( $u_t = 0$ ), dobimo cene kot linearno funkcijo količin.

$$p_t = \frac{0 - (v_t + w_t)}{a - b} \quad x_t = \frac{a (v_t + w_t)}{b - a}$$

$$p_t = \frac{1}{a} x_t \quad x_t = a p_t$$

Na ta način smo z domnevo, da se krivulja povpraševanja ne premika, ampak da se premika samo krivulja ponudbe, upoštevali in se hkrati izognili dejstvu, »da so resnično opazovane cene in odgovarjajoče jim količine rezultante obeh, ponudbe in povpraševanja. Torej ne odražajo nujneje bolj vpliva povpraševanja kot vpliv ponudbe. Metoda, uporabljena v konstrukciji krivulj, lahko da pri določenih pogojih krivuljo povpraševanja, pri drugih krivuljo ponudbe, pri tretjih pa sploh ne moremo dobiti zadovoljivega rezultata<sup>9)</sup>. Odvisno je pač od pravilnosti domneve da se pogoji, ki vplivajo na ponudbo, spreminjajo hitreje kot pogoji ki vplivajo na povpraševanje.

Krivuljo povpraševanja v resnici določajo razlike med potrebnimi (potrošnimi) po krompirju in od mnogih vzrokov odvisno pridelano količino (ponudba). Eno samo krivuljo tako določata obenem ponudba in povpraševanje. Working<sup>9)</sup> v svoji analizi statističnih krivulj povpraševanja pravi, da »v primeru kmetijskih dobrin, kjer je proizvodnja v določenem letu zelo odvisna od vremenskih pogojev in kjer kmetje prodajo praktično celotni pridelek ne glede na ceno, kaže, da je mnogo večje premikanje lestvice ponudbe prodajalcev kot lestvice povpraševanja kupcev«.

Krivuljo povpraševanja torej identificiramo z omejitvijo glede pogojev, ki jih mora izpolnjevati. V našem primeru je pogoj  $u_t = 0$ , torej omejitev fluktuacij, v primeru uvedbe eksogenih spremenljivk pa imata ena ali obe enačbi te omejitve:

$$X_{it} = 0, \text{ za } t = 1 \dots n \text{ v funkciji povpraševanja}$$

$$X_{jt} = 0, \text{ za } t = 1 \dots n \text{ v funkciji ponudbe.}$$

Možne so še druge omejitve; omejitev z eksogenimi spremenljivkami  $X_t$ ,  $X_j$  je uporabil Tinbergen. Moč identifikacije se povečuje z vsako omejitvijo, ki jo mora enačba izpolnjevati.

Naša krivulja povpraševanja ni določena na nekem prostorno pojmovanem trgu s količinami, ki jih potrošniki kupujejo na takem trgu. Količina je celotni pridelek krompirja v nekem letu kot potencialna ponujana in povpraševana količina. S tem smo povpraševanje in ponudbo izenačili s proizvodnjo, saj so pridelovalci krompirja obenem tudi pomembni porabniki krompirja v svoji potrošni in proizvodni enoti. Tudi cena krompirja v določenem letu je odvisna od celotnega pridelka, ne pa od količin na nekem ožjem trgu, razen na zelo kratka obdobja v posameznem letu. Takšna krivulja povpraševanja tako ostaja »splošna« krivulja povpraševanja, ki jo določajo »imezniki (kolektivno) in neimezniki (kolektivno)«. <sup>10</sup> Pridelek v nekem razdobju se v celoti tudi porabi v tem razdobju, tako da je proizvodnja v enem letu tudi poraba, ta pa povpraševanje. Če bi opazovali gibanje cen in količin na nekem prostorno določenem trgu, kjer bi bil krompir res potrošna dobrina in nabavljene količine funkcija cen, bi bila ta »posebna« krivulja verjetno precej toga. Eden od razlogov za to je majhna psihološka substitutivnost. Poleg tega krompir zadovoljuje nujne življenjske potrebe, izčrpava pa relativno majhen del dohodkov, moremo pa tudi smatrati, da je za nekatere potrošne enote inferiorna dobrina. Podatke za takšno funkcijo je težko



dobiti, a tudi zanjo veljajo še vedno omejitve glede identifikacije. H. Wold<sup>11)</sup> sicer pravi, da »povpraševanje ni isto kot ponudba, oba pojma je treba ločiti, pa naj se analiza nanaša na družbene totale ali na nekaj posebnih trgov«. To utemeljuje s trditvijo, da poraba in proizvodnja nista v ravnotežju, če opazujemo razdobje leto dni, saj moramo upoštevati zaloge, uvoz in izvoz ter možnost, da pri presežni ponudbi spremenimo obliko proizvoda. Zalog ni, saj se mora celotna količina zaradi pokvarljivosti porabiti v istem letu, in zaloge morejo vplivati na gibanje cen le znotraj razdobja, izvoz je nepomemben (večja je prodaja v druge republike, ta pa je neugotovljiva), sprememba oblike proizvodnje pa je v resnici proizvodno povpraševanje, ki ga prištejemo potrošnemu povpraševanju. Vsi gornji Woldovi razlogi so v bistvu omejitve za boljše identifikacijo krivulje povpraševanja. S podatki, ki jih imamo, pa sploh ne moremo napraviti nič drugega, kot omejitve skrajšati na  $u = 0$ . Že v razpravi o identifikaciji smo odgovorili tudi na drugo vprašanje, to je na vprašanje o predpostavki ceteribus paribus. Funkcija povpraševanja v ekonomski teoriji predpostavlja striktno, da se ne spreminjajo pogoji, ki določajo povpraševanje, da se torej ne spreminjajo koristnost dobrine, realni dohodek in cene drugih dobrin. Krivulja povpraševanja prikazuje samo odnose med povpraševanimi količinami pri različnih cenah, torej gibanje po krivulji, ne pa premike krivulje. Mi smo s predpostavko, da je  $u_t = 0$ , dobili na krivulji povpraševanja točke, v katerih ima ta krivulja sečišča s krivuljo ponudbe. Ta predpostavka pa je v resnici napačna, saj se iz leta v leto spreminjajo pogoji, ki določajo povpraševanje. Odstopanja oz. premike krivulj, to je spremembe pogojev povpraševanja, je mogoče zmanjšati z vključitvijo več neodvisnih spremenljivk, to je z razširitvijo funkcije ene spremenljivke  $D = f(P)$  v funkcijo več spremenljivk  $D_t = f(P_t, P_j, X_t)$ , kjer je povpraševana količina ne samo funkcija cene te dobrine, ampak funkcija sprememb realnega dohodka, cen drugih dobrin itd. Eden od faktorjev, ki odraža spremembe vseh faktorjev povpraševanja, je čas. Moremo ga uvesti v samo funkcijo povpraševanja, toda zaradi potrebe, da uporabimo to funkcijo v razjasnitvi modela pajčevine, smo trendna gibanja izločili iz posameznih spremenljivk že v predhodni analizi. Ker pa s trendom nismo mogli izraziti nenadnih sprememb, smo uporabili tudi kvalitativne spremenljivke. Odprava trenda in uporaba kvalitativnih spremenljivk je vprašljiva, ker z njima izgubimo tudi del informacije o oscilacijah, posebno še s trendi višjih stopenj. Z linearnim trendom in eno kvalitativno spremenljivko, ki je eksogena, smo v našem primeru le v manjši meri zmanjšali spremembe količin, ki so funkcije sprememb cen in v dosti večji meri spremembe faktorjev povpraševanja, kar je bil tudi namen uvedbe tako linearnega trenda kot tudi kvalitativnih spremenljivk.

Glede krivulje povpraševanja je potrebna še dopolnitev o tem, katera od spremenljivk je neodvisna spremenljivka, cena ali količina. Zamenjava spremenljivk da namreč krivulji povpraševanja različna naklona, katerih različja je odvisna od korelacijske povezanosti in se zmanjšuje, če se povečuje korelacijski koeficient, samo pri funkcijski odvisnosti ( $r = 1$ ) se krivulji pokrivata. Kot med obema krivuljama je

določen z  $\theta = \arctg \left[ \left( \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \left( \frac{1}{r} - r \right) \right]$ . Za  $r = 0,738$  v našem pri-

meru je ta kot  $14^\circ 10'$ . Ker dajeta torej krivulji drugačno oceno teoretičnega kroženja cene okrog ravnovesne cene, je ta razlika pomembna.

Celotno družbeno povpraševanje je v naši analizi izenačeno s proizvodnjo in tako popolnoma neodvisno od cene. V vsakem letu se porabi (ali uniči) celoten pridelek krompirja, cena lahko vpliva le na obliko porabe. Odvisnost je enostranska, količina določa ceno, in zato moremo ceno smatrati za odvisno, količino pa za neodvisno spremenljivko. Zahteva, da je treba funkcijo povpraševanja izračunati iz funkcije, v kateri je količina neodvisna, cena pa odvisna spremenljivka, izhaja tudi iz modela pajčevine

$$D_t = A + aP_t + u_t$$

$$S_t = B + bP_{t-1} + v_t$$

$$D_t = S_t + w_t$$

V funkciji enakosti sta tako  $D_t$  kot tudi  $P_t$  endogeni spremenljivki in zato nista oboje neodvisni od odstopanj  $u_t$ ,  $v_t$  in  $w_t$ , zahteva regresijske analize pa je, da je neodvisna spremenljivka neodvisna od odstopanj  $u_t$ ,  $v_t$  in  $w_t$ , to je, da so kovariance med neodvisnimi spremenljivkami odstopanj enake 0. Vzemimo, da sta  $u_t$  in  $(v_t + w_t)$  medsebojno neodvisna, da torej na povpraševanje vplivajo drugačni razlogi kot na ponudbo, kar je smiselno predpostavljati. Funkcija ponudbe iz gornjega modela s substitucijo v zadnji enačbi je

$$D_t - w_t = B + bP_{t-1} + v_t$$

Da dobimo kovariance med posameznimi členi in  $u_t$ , moramo enačbo pomnožiti z  $u_t$  in sumirati.

$$\sum_t D_t u_t - \sum_t w_t u_t = B \sum_t u_t + b \sum_t P_{t-1} u_t + \sum_t u_t v_t$$

$$\sum_t D_t u_t = B \sum_t u_t + b \sum_t P_{t-1} u_t + \sum_t u_t (v_t + w_t)$$

Prvi in tretji člen na desni strani sta po definiciji oz. predpostavki o neodvisnosti odstopanj v funkciji povpraševanja od odstopanj v funkciji ponudbe enaka 0, prav tako so odstopanja  $u_t$  v funkciji povpraševanja neodvisna od cen v prejšnjem razdobju, tako da je

$$\sum_t D_t u_t = 0$$

Če zdaj tudi funkcijo povpraševanja pomnožimo z  $u_t$  in sumiramo, dobimo

$$\sum_t D_t u_t = A \sum_t u_t + a \sum_t P_t u_t + \sum_t u_t^2$$

Po definiciji je prvi člen na desni strani enak 0, iz prejšnjega računa pa je razvidno, da je tudi člen na levi strani enak 0, tretji člen na desni

strami je nujno pozitivna količina, kar pomeni, da cene niso neodvisne od odstopenj, saj kovarianca ni 0

$$\sum_t P_t u_t = -\frac{1}{a} \sum_t u_t^2$$

To je dokaz,<sup>6)</sup> da je treba kot neodvisno spremenljivko vzeti količino in ne ceno. Že zgoraj smo ugotovili, da je to tudi smiselno pravičen postopek.

2) Krivulja ponudbe, kot jo zahteva teorem pajčevine to je, da ponujane količine za ostajajo za cenami za eno časovno enoto, je pojmovno in teoretično mnogo jasnejša kot krivulja povpraševanja. Osnovno načelo za njeno identifikacijo je s predpostavko o zaostajanju ponudbe za ceno izpolnjeno, cena  $P_{t-1}$  nastopa kot eksogena spremenljivka. Nihakor ni mogoče dobiti z linearno kombinacijo enačb modela enačbe, ki bi vsebovala samo iste spremenljivke, kot tako definirana funkcija ponudbe. Ugotovljena krivulja ponudbe je sicer statistično mnogo slabša od krivulje povpraševanja in je signifikantnost zvez sploh vprašljiva.

Za razliko od te, z uvedbo časovne zakasnitve sploh neugotovljiva, pa je funkcija ponudbe brez časovne zakasnitve sploh neugotovljiva. Za vsako leto imamo samo pare podatkov o ceni in količini — to je vrednosti, ki jih skupno določata krivulja povpraševanja in krivulja ponudbe. Ker pa smo predpostavili, da so spremembe pogojev na strani povpraševanja manjše kot na strani ponudbe, smo iz parov podatkov dobili funkcijo povpraševanja.

Vendar pa v našem primeru že sam teorem pajčevine postavlja drugačno zahtevo. Ponudniki, proizvajalci lahko na ceno odgovore šele s proizvodnjo v naslednjem letu. Cena krompirja v razdobju  $t$  (v mesecih od oktobra do aprila) vpliva na njihovo odločitev, tako da imamo tu za razliko od krivulje povpraševanja, kjer je količina določala ceno, obratno zvezo. Količina je dana kot funkcija cene in ne obratno. Količina v prihodnjem letu prav nič ne more vplivati na ceno v tekočem letu, podobno kot ceno v tekočem letu ne more vplivati na količino pridelka v tekočem letu. Imamo dve možnosti, da izrazimo odgovor pridelovalcev na ceno krompirja, in s tem dve možnosti, da izračunamo funkcijo ponudbe:

1. s količino pridelka v prihodnjem letu (Moore<sup>2)</sup>).
2. z obdelovalno površino, ki jo pridelovalci kot najvažnejši faktor zasede s krompirjem v prihodnjem letu.

Na prvi pogled je izbira lahka, ker je količina pridelka v naslednjem letu izredno odvisna ne samo od želja pridelovalcev, ampak predvsem tudi od vremena. Te količine torej nihakor ne morejo pomeniti reakcije pridelovalcev na ceno krompirja, a tudi izbira druge variante ima nekaj hib. Z njo sicer eliminiramo vpliv vremena, toda zanemarimo ostale faktorje, ki vplivajo na količino proizvodnje in jih pridelovalci lahko kontrolirajo ter tudi z njimi reagirajo na ceno. Ti faktorji (način obdelave zemlje, uporaba gnojil, količina dela) niso kratkoročni. Odločitev, da uporabimo v analizi kot reakcijo na ceno obdelovalno površino oz. teoretični pridelek, je boljša od odločitve, da uporabimo kot reak-

cijo na ceno pridelek v prihodnjem letu. S tem sicer porušimo kontinuiteto modela oz. na neki način medsebojno povežemo funkciji z različnimi vrednostimi, ki sploh ne sodita skupaj. Pri eni gre namreč za količino pridelka, pri drugi pa za teoretično količino pridelka, oziroma količino zemlje kot enega od faktorjev pridelovanja.

Statistično pravičen postopek bi bil zamenjava metode najmanjših kvadratov za ugotavljanje vsake od funkcij z metodo dvostopenjskih najmanjših kvadratov, uporabljeno na celoten model. Ker je  $P_{t-1}$  časovno prva in zato od ostalih spremenljivk modela nujno neodvisna spremenljivka, bi z metodo dvostopenjskih najmanjših kvadratov ocenili krivuljo ponudbe tako, da bi ceno v razdobju  $t - 1$  določale teoretične količine v razdobju  $t$ , teoretične količine v razdobju  $t$  pa zdaj kot neodvisna spremenljivka cene v razdobju  $t$ . Z uporabo te metode pa bi zagrešili smiselno napako; funkcijo povpraševanja bi določali iz zveze med ceno v tekočem letu in funkcijsko teoretično količino v tem letu. Gotovo pa je, da sta ti dve količini medsebojno neodvisni količini, saj cene ne more določati količina pridelka, kakršno želijo imeti pridelovalci, ampak le količina pridelka, ki je resnično na tržišču. Z našim postopkom smo upoštevali to smiselno povezavo med odnosi.

Veliko togost krivulje ponudbe in majhno signifikantnost zveze v funkcijah ponudbe je lahko razložiti.

Kmetje na precejšnem območju Slovenije skorajda nimajo nobene možnosti za zamenjavo krompirja z drugimi kulturami, ker je denarna donosnost pri sajenju krompirja mnogo večja kot pri drugih kulturah, tehnološka substitutivnost je torej zelo majhna, krompir pa je tudi njihova edina tržna dobrina. K togemu reagiranju prispeva še tradicionalnost, pa tudi možnost (za katero pridelovalci vnaprej vedo), da se dajo proizvodni presežki porabiti v lastnem gospodarstvu. Zato kmetje samo z manjšim odstotkom površin reagirajo na ceno. Riziko, ki po mnenju Hootona<sup>12)</sup> povzroča, da je krivulja ponudbe zelo toga, v našem primeru ne prihaja v poštev, analitično pa bi ga mogli izraziti v modelu z njegovo razširitvijo, po kateri proizvajalci računajo s cikličnostjo, zato pri svojih odločitvah upoštevajo ceno vsaj še enega razdobja. Tako razširjen model dobi tole obliko:

$$D_t = A + aP_t \text{ — funkcija povpraševanja}$$

$$S_t = B + b(P_{t-1} - gP_{t-2}) \text{ funkcija ponudbe}$$

$$X_t = S_t = D_t$$

$$p_t = \frac{b}{a}(1-g)p_{t-1} + \frac{b}{a}p_{t-2}$$

$$p_t = \frac{b}{a}(1-g)^{t-1} p_1 + \left(\frac{b}{a}g\right)^t p_0$$

V takem modelu je  $g$  faktor upoštevanja cene predpredhodnega razdobja. Rezultati, ki smo jih dobili s takšno funkcijo ponudbe, v kateri smo

vzeli poljuben faktor  $g = 0,3$ , so statistično slabi, ekonomska utemeljitev takšne funkcije pa prav tako negotova.

3) Zahteve glede čiste konkurence tako pri krivulji povpraševanja kot ponudbe in glede zaostanka v reagiranju ponudnikov so izpolnjene. Izpolnjeni so najvažnejši pogoji za obstoj čiste konkurence. Število ponudnikov in povpraševalcev je tolikšno, da posamezen med njimi ne more vplivati na ceno. Možnost pristopa novih ponudnikov je dana z možnostjo uporabi v pridelovanju krompirja večji del obdelovalnih površin, možnost pristopa novih povpraševalcev pa z večjo porabo krompirja v potrošnih enotah in kmečkih gospodarstvih. Proizvod je približno homogen, ker lahko zanemarimo razliko med rumenimi in belimi sortama krompirja. Možnost gibanja ponudnikov in proizvajalcev je sicer majhna, zato pa krajevna tržna območja niso ostro omejena. Reakcija potrošnikov na cene oz. cen na količine je takojšnja, to je, sledi v istem razdobju, ponudniki pa tudi šele v naslednjem razdobju morejo reagirati na ceno tekočega razdobja.

Na grafikonu 4 prikazana gibanja moremo razdeliti na gibanja, ki so z modelom združljiva, in na gibanja, ki so v nasprotju z delovanjem modela. Recimo prvim kar pravilna, drugim pa nepravilna. Kriteriji za razporeditev teh gibanj v pravilna in nepravilna izhajajo iz logike modela. Pri cenah nad ravnovesno ceno pridelovalci žele povečati pridelok, pri cenah pod ravnovesno ceno pa zmanjšati. To pomeni, da morajo biti točke, ki označujejo ponujano količino, pri določeni ceni desno od križcev, ki označujejo povpraševano količino nad ravnovesno ceno in levo od križcev pod ravnovesno ceno. Pravilni so glede na ravnovesno ceno in količino premiki v smeri urnega kazalca. Iz slike je razvidno, da imamo 11 pravih in 2 nepravilna premika (84,6% pravih). Podoben kriterij velja tudi za cene. Cene desno od ravnovesne količine morajo padati, levo od ravnovesne količine pa naraščati, torej morajo biti križci, ki označujejo ceno pri določeni količini, niže od krogec, ki označujejo ponujeno količino, če so krogi desno od ravnovesne količine in više od njih, če so levo od ravnovesne količine. Odnos pravih proti nepravilnim premikom je tu  $9 : 4$  (69,2% pravih), celotni odnos pravih proti nepravilnim premikom pa je  $20 : 6$ , torej je z modelom združljivih 76,9% gibanj, kar ni tako slab rezultat. Toda tu ugotavljamo samo pravilnost smeri posameznih gibanj, ne upoštevaje celotnega gibanja, ker so gibanja, ki sledijo iz ugotovljenih funkcij ponudbe in povpraševanja, popolnoma drugačna kot resnična gibanja. Razlog za to je v tem, da je »dinamični« model pajčevine zgrajen na statičnih krivuljah ponudbe in povpraševanja, ki kažeta odvisnost med ceno in povpraševano oz. ponujano količino, eliminirata pa vse faktorje sprememb ponudbe in povpraševanja. Ti faktorji pa ne prestopajo spreminjajo položaj krivulj in sprememb naklonov, saj menjajo tako  $a$  in  $b$ , kot tudi  $u_t$ ,  $v_t$  in  $w_t$ . Aproksimacija krivulj v tipičnih krivuljah povpraševanja in ponudbe za obdobje 15 let je mnogo pregroba. Na krajša razdobja je sicer mogoče ugotoviti nekaj gibanj, ki so združljiva z modelom. Toda s krajšimi časovnimi serijami napravljena analiza ima statistično že zelo majhno vrednost. Eliminacija spreminjajočih se faktorjev povpraševanja s

trendom in kvalitativnimi spremenljivkami je delna, popolna eliminacija teh faktorjev, to je eliminacija  $u_t$ ,  $v_t$  in  $w_t$ , iz ekonometrijskih enačb, pa je zaradi tega, ker so ti faktorji neugotovljivi, tudi nemogoča. To pa pomeni, da z modelom ne moremo popolnoma pojasniti resničnih gibanj, cen in količin okrog ravnovesnih cen oz. količin.

## LITERATURA

- 1) Kaldor, N.: *A Classificatory Note on the Determinantness of Equilibrium*, The Review of Economic Studies, The Review (1934), str. 122.
  - 2) Ricci, Umberto: *Die »syntetische Ökonomik« von Henry Ludwell Moore*, Zeitschrift für Nationalökonomie, Band I (1930), str. 649—668.
  - 3) Tinbergen, J.: *Bestimmung und Deutung von Angebotskurven — Ein Beispiel*, Zeitschrift für Nationalökonomie, Band I (1930), str. 669—679.
  - 4) Ezelkiel, M.: *»The Cobweb Theorem«*, The Quarterly Journal of Economics, LX (1938), str. 255—280.
  - 5) Bradley, P. B. in Crum, L. W.: *Periodicity as an Explanation of Variation in Hog Production*, Econometrica, Vol. VI. (1938), str. 221—234.
  - 6) Jones, Herbert: *The Nature of Regression Functions in the Correlation Analysis of Time Series*, Econometrica, Vol. V, (1937), str. 305—325.
  - 7) Tintner, Gerhard: *Econometrics*, New York 1952, Part 2.
  - 8) Bartlett, M. S.: *A Note on the Statistical Estimation of Supply and Demand Relations from Time Series*, Econometrica XVI (1948), str. 323—329.
  - 9) Klein, Lawrence: *An Introduction to Econometrics*, New York 1963, 2. pogl.
  - 10) Working, E. J.: *What do Statistical »Demand Curves« Show?* The Quarterly Journal of Economics, XLI (1927), str. 212—235.
  - 11) Wicksteed, P. H.: *The Scope and Method of Political Economy*, The Economic Journal, XXIV (1914), str. 1—23.
  - 12) Wold, H. in Jureen, L.: *Demand Analysis*, London 1953, 1. poglavje.
  - 13) Hooton, F. G.: *»Risk and the Cobweb Theorem«*, The Economic Journal, LX (1950) str. 69—80.
- (Rad primljen maja 1968.)

THE COBWEB THEOREM AND POTATO PRODUCTION IN SLOVENIA  
IN THE PERIOD 1952—1966

## Summary

In this article the author investigates action of the cobweb model in Slovenian potato production.

The existing potato production and the corresponding prices for the period 1952—1966 are discussed in the first part of the article. Whereas the traditional analysis of the cobweb theorem is mainly directed to determine duration of the cycles, the author, by using some

special methods, concerns himself with the determination of demand function, supply function, and the cobweb model they form. The duration of the cycle is a data, and the problem to be solved is how to eliminate time as the factor expressing most of the changes of demand and supply. Dummy variables are also used in order to eliminate some changes in the Yugoslav agricultural policy. The demand and supply functions that theoretically determine the action of the cobweb model are constructed on the basis of cleaned data. There are expected differences between the true real shiftings of the quantities and prices and the dynamic path resulting from the cobweb model determined by the demand and supply functions.

In order to evaluate reasons for such a disagreement between the theory and the statistical results, in the second part of the article, the author discusses the fulfilment of the theoretical conditions for the action of the cobweb model. The main problems concerned in this part are the problem of identification of the demand and supply functions, and the problem of changes in both functions that, due to a number of reasons, cannot be successfully removed from the data. Although the established shiftings are predominantly in consistence with the theoretical requirements, the main conclusion is that the action of the cobweb model cannot be empirically well determined because the «dynamic» model is based on the static demand and supply functions.

## PREGLED NAUČNE OBLASTI

### PROGRAMIRANJE SA RAZLOMLJENO LINEARNIM FUNKCIONALIMA

Ljubomir MARTIĆ\*)

#### 1. Uvod

Kad se izvjestan broj problema u dovoljnoj mjeri izuči i znanje o njima se donekle zaokruži, nastaje mogućnost a i potreba da se dostignuća pregledno izlože i sistematiziraju. Takav čas čini nam se, nastupio je za onu vrst nelinearnog programiranja koja bi se mogla nazvati razlomljeno linearnim programiranjem. Radi se, naime, o problemima optimizacije razlomljeno linearne funkcije (funkcionala) sa linearnim ograničenjima<sup>1)</sup>.

Prva posebna studija o tim problemima pojavila se 1960. godine pod naslovom »Hiperboličko programiranje«. Njezin autor Bela Martos objasnio je da je uzeo taj naziv zato što razlomljeno linearna funkcija jedne varijable ima za graf hiperbolu. No, iz takvog naziva moglo bi se pomisliti i nešto drugo, naime da je funkcija cilja ili kriterija programa — hiperbolička funkcija ( $shx$  ili  $chx$ , recimo). U svakom slučaju naziv »hiperboličko programiranje« držimo da nije najsretnije izabran.

Prvi primjeri razlomljenog programiranja zabilježeni su u okviru teorije strateških igara u radu Isbella i Marlowa »Attrition Games«, publiciranog još 1956. godine. Isbell i Marlow svode optimiranje razlomljeno linearnog funkcionala na optimiranje niza različitih linearnih funkcionala. Linearni funkcional u svakom stadiju toga konvergentnog iterativnog procesa određen je optimizacijom funkcionala u prethodnom stadiju. U suštini na isti način pristupa problemu razlomljeno linearnog programiranja W. Dinkelbach i još neki autori. U trećem odjeljku prikazat ćemo Dinkelbachovu metodu kao najboljeg predstavnika toga pristupa rješavanju problema razlomljeno linearnog programiranja.

U četvrtom odjeljku obrađena je Martosova metoda, u stvari jedna modifikacija simpleks metode za linearne programe, koja koristi gradijent funkcije cilja. To nije jedina gradijentna metoda razrađena za ovaj slučaj ali je svakako najjednostavnija.

U petom odjeljku pokazat ćemo kako su A. Charnes i W. W. Cooper na izravan način zamijenili problem razlomljeno linearnog programiranja

\*) Autor je profesor Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

1) Funkcional je drugi naziv za funkciju definiranu na vektorskom prostoru a sa vrijednostima u polju skalara (usp. S. Kurepa [20], str. 117).