EKONOMSKA ANALIZA
3, XX (1986), 311—328

VIŠEKRITERIJUMSKI PRISTUP RANGIRANJU I IZBORU INVESTICIJA

*Radivoj PETROVIĆ**
*Olga MEMEDOVIĆ***

REZIME

Razmatra se problem rangiranja i najboljeg izbora investicija iz skupa mogućih investicija, u smislu više kriterijuma, simultano. Kriterijumi za izbor investicija su kvantitativne ili kvalitativne prirode. Pokazano je zašto klasična optimizaciona postavka zadatka izbora investicija nije realna, već se u problem izbora investicija u praksi moraju uvesti savremeni koncepti o fundamentalnim preferentnim situacijama: stroge i slabe preferentnosti, indiferentnosti i neuporedivosti. Razvijena je metoda za višekriterijumsko rangiranje investicija, zasnovana na adaptaciji skupa metoda višekriterijumske analize tipa PROMETHEE. Razvijena je metoda za najbolji izbor investicija u prisustvu ograničenih sredstava, zasnovana na generisanju Gilbertovih lanaca. Ove metode su kompjuterizovane, a korespondentni aplikacioni programi ADPROM i GILBERT su dovedeni u standardne oblike.

1. UVOD

Značaj i složenost problema izbora investicija snažno motivišu istraživače u traganju za dobrim i efikasnim metodama i postupcima rangiranja i izbora investicija iz skupa investicionih mogućnosti (skupa programa, projekata). Želja za najboljim izborom investicija, strogo optimalnim ili bar približno optimalnim, vrlo je jaka i opravdana. S druge strane, realni uslovi u praksi u kojima se vrši rangiranje i izbor investicija po pravilu su takvi da ih je teško, ili nemoguće, uklopiti u restriktivne hipoteze, izvan kojih, pak, nema smisla ni pomišljati o optimalnom rešenju u izboru investicija. Postavlja se provokativno pitanje: da li su praktično važni i stalno aktuelni problemi rangiranja i

* Institut „Mihajlo Pupin", Beograd.
** Energoprojekt, Beograd.

izbora investicija sasvim van domašaja teorije optimizacije, ili se teorija približila realnim problemima? Cilj ovog rada je da doprinese odgovoru na to pitanje.

Namere autora su usmerene u tri pravca: (1) da jasnim i preciznim argumentima potvrde restriktivnost klasične — jednokriterijumske teorije optimizacije u rešavanju realnih zadataka rangiranja i izbora investicija, (2) da izlože stanovište da je rangiranje i izbor investicija pravi problem višekriterijumske analize koja se mora zasnivati na najsavremenijim idejama o fundamentalnim preferentnim situacijama, (3) autori žele da pokažu kako se, polazeći od osnovnih aksioma parcijalnog višekriterijumskog poređenja dve investicije, mogu izgraditi prikladne metode, efikasni algoritmi i korespondenti računarski programi kao pomoć u odlučivanju u rangiranju ili izboru investicija.

2. JEDNOKRITERIJUMSKA OPTIMIZACIJA VERSUS VIŠEKRITERIJUMSKA ANALIZA

2.1. *Klasični put: jedan optimizacioni kriterijum*

Kao što je poznato, problem optimalnog izbora investicija u svom najklasičnijem obliku postavlja se kao jednokriterijumski optimizacioni zadatak raspodele ograničenih sredstava C (ili više vrsta ograničenih sredstava, kada je C vektor sa komponentama C_1, $C_2, \ldots$) na skup investicija I, $/I/ = n$, [1]. Svaku investiciju $i \in I$ opisuje funkcija efekta $f_i(x_i)$ koja određuje efekat investiranja u funkciji uloženih sredstava x_i. Mera efekta investiranja f_i je u opštem slučaju neanalitička funkcija kojom se, u osnovi subjektivno, interpretira sistem vrednosti u svakoj konkretnoj investicionoj situaciji. Najčešće se za f_i, $i \in I$ bira jedna od sledećih mogućih mera efekata: neto sadašnja vrednost, interna stopa rentabiliteta, period povraćaja investiranih sredstava, itd. Za ukupnu meru efekta investiranja u procesu izbora investicija iz I bira se obično suma svih parcijalnih efekata pojedinih investicija: $F = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i)$.

Tada je zadatak optimalnog investiranja sledeći:

Naći max F (ili min F) uz ograničenje $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq C$.

$$F \; \{x_1, \ldots x_n\}$$

Ako uspemo da nađemo optimalno $x_1^*, \ldots x_n^*$ i odgovarajuće optimalno F^*, mogli bismo reći da smo odredili optimalna investiciona ulaganja u skupu mogućih investicija I. Kažemo „ako uspemo", jer dobro je poznato da čak ni u ovom najtrivijalnijem optimizacionom zadatku put do rešenja nije jednostavan i praktično je nemoguć bez računara [2].

U literaturi se mogu naći mnogobrojne varijacije gore postavljenog modela optimizacije investicionih ulaganja na skup mogućih investicija. Varijacije su usmerene ka raznim pravcima, ali sa opštom težnjom da se modeli približe realnim problemima izbora investicija, odnosno da bolje odgovore stvarnim uslovima izbora, ograničenjima koja postoje u konkretnoj praksi i da se bolje interpretiraju vrednosni sistemi. Težnje ka što realnijem modeliranju problema izbora investicije u praksi, usmeravaju se ka:

* obuhvatanju fenomena slučajnosti i neizvesnosti, npr. u troškovima i efektima investiranja [3, 4],
* uvođenju vremenske skale i investicione dinamike u modele, npr. od operativne i kratkoročne dinamike do srednjoročnih i dugoročnih investiranja [5, 6],
* tretiranju više tipova ograničenih sredstava koje treba raspodeliti na moguće investicije, npr. tipovi sredstava su domaća, konvertibilna i kliringška, u svojim raznovrsnim pojavnim oblicima [7],
* modeliranju i eksplicitnom uvođenju subjektivnih faktora u vrednosni sistem [8, 9],
* obuhvatanju nekada vrlo složenih relacija i međusobnih povezanosti između investicija u skupu I [10].

Međutim, raznovrsna i mnogobrojna proširenja osnovnog modela optimizacije raspodele sredstava na skup investicija i dalje su vrlo restriktivna i principijelno ne mogu da obuhvate realnost problema u izboru investicija. Ukazaćemo na 3 suštinske restrikcije:

(1) Svi klasični optimizacioni modeli polaze od hipoteze o postojanju koherentnih i stabilnih preferenci donosioca odluka u odnosu na dve investicije iz skupa I, i isključuju njihovu neuporedivost. Modeliranje preferenci donosioca odluka vrši se putem funkcija efekata (utilitetnih funkcija, kriterijuma optimalnosti), a za njih važi potpuna tranzitivna uporedivost. Drugim rečima, svake dve investicije u skupu I su uporedive i može se jedino govoriti o striktnoj preferentnosti donosioca odluke za jednu investiciju u odnosu na neku drugu, ili o indiferentnosti donosioca odluke u odnosu na dve investicije. Odnosno, ako je investicija $i_1 \in I$ bolja (imajući u vidu funkciju efekata) od investicije $i_2 \in I$, a i_2 bolja od $i_3 \in I$, tada je i_1 bolja od i_3. Formalnim jezikom, relacija preferentnosti je asimetrična, nerefleksivna i tranzitivna, a relacija indiferentnosti je simetrična, refleksivna i tranzitivna. Samo u tom slučaju moguće je vrednosni sistem opisati pomoću jedne skalarne kriterijumske funkcije f definisane na I tako da važi:

$f(i_1) > f(i_2) \Leftrightarrow i_1\ P\ i_2$, (investicija i_1 je striktno bolja od i_2)

$f(i_1) = f(i_2) \Leftrightarrow i_1\ I\ i_2$, (postoji indiferentnost u odnosu na investicije i_1, i_2)

Realnost u izboru investicija je gotovo uvek drugačija. Preferentnosti nisu razgovetne niti potpune a često nisu ni tranzitivne. Posledica ovoga je da i sam pojam optimuma u praksi gubi svoj smisao. Ili još oštrije: sama postavka zadatka optimalnog izbora investicija u klasičnim okvirima optimizacione teorije je nekorektna.

(2) Poređenje dve investicije u skupu I zasniva se na poređenju posledica koje one proizvode a koje su uvek višestruke i heterogene. Težnja je da se posledice kvantifikuju, a tada se po pravilu izražavaju različitim jedinicama: monetarnim, vremenskim jedinicama, rizikom (verovatnoćom), neimenovanim brojevima itd. Zatim, prema klasičnoj optimizacionoj teoriji sve mere treba agregirati u jedinstvenu kriterijumsku (utilitetnu) funkciju koja služi kao optimizacioni kriterijum. Posledice ili efekti jedne investicije koji se ne mogu lako kvantifikovati, pa shodno tome ni integrisati u jedinstvenu kriterijumsku funkciju, moraju se odbaciti. Ovde se nameće još jedna restriktivna hipoteza: u odnosu na dve investicije donosilac odluke će biti indiferentan samo ako one imaju strogo jednake vrednosti svojih kriterijumskih funkcija. Ako se vrednosti makar i najmanje razlikuju, smatra se da postoji stroga preferentnost za jednu investiciju u odnosu na drugu. Ova nužnost u klasičnim teorijskim postavkama problema optimizacije je neprihvatljiva za praksu u izboru investicija, jer kriterijumske vrednosti nisu uvek dovoljno precizne niti pouzdane.

(3) Ozbiljna restrikcija u primeni klasičnih optimizacionih metoda u praksi izbora investicija je potreba za velikim obimom računanja. Nastupa fenomen hipertrofije računanja u nalaženju optimuma. Već kod malo složenijeg zadatka optimalnog izbora investicija obim računanja raste do te mere, da se postavlja otvoreno pitanje svrhe primene vrlo složenih, dugotrajnih pa stoga i skupih računanja sa ulaznim podacima u koje obično nemamo puno poverenje. Ako ovome dodamo sumnju u validnost samih hipoteza koje su ugrađene u postavke problema optimalnog izbora investicija nameće se pitanje da li uopšte treba primeniti optimalno rešenje, čak i kada je ono nađeno. Obično se ova dilema olakšava time što se preporučuje obavljanje postoptimalne analize, koja treba da ohrabri u odlučivanju da li primeniti optimalno rešenje ili ne.

Teorija ostaje nemoćna u slučajevima kada se ustanovi da je optimum vrlo osetljiv i na male promene ulaznih podataka. Izlaz se nalazi u nedokazanoj tvrdnji da u realnom svetu nema tako osetljivih optimalnih rešenja.

2.2. *Noviji putevi: višekriterijumska analiza*

U realnim uslovima poređenje investicija nikada se ne vrši imajući u vidu samo jedan aspekt, tj. samo jednu vrstu efekata koje one izazivaju. Rečeno je da su posledice ulaganja u jednu investiciju višestruke i raznolike. Stoga i broj kriterijuma u izboru investicija mora biti veći od jedan. Dodajmo da su neki od kriterijuma po svojoj prirodi kvalitativni. Sledi da je prirodna teorijska podloga u zadacima izbora investicija višekriterijumska analiza a ne klasična teorija optimizacije. Postavke zadataka izbora investicija proširuju se tada i na rangiranje investicija. U sve brojnijoj literaturi posvećenoj višekriterijumskoj analizi kao teorijskoj osnovi u pomoći pri donošenju odluke, nalazi se izvestan broj radova u kojima se tretiraju problemi odlučivanja u investiranju.[1] Ovi radovi mogli bi se klasifikovati u tri grupe:

(1) Izbor investicija postavlja se u standardne okvire višekriterijumskog matematičkog programiranja. Tu su osnovni koncepti: prostor kriterijuma, idealna tačka i efikasno rešenje. Pažnja istraživača u ovom periodu je koncentrisana na dve stvari: (a) na probleme dokaza egzistencije efikasnog rešenja, (b) na razvoj iterativnih postupaka u traženju efikasnog rešenja. Nameće se zaključak da je ovaj teorijski pravac dobro razvijen, ali su saopštenja o realnim primenama vrlo retka [11].

(2) Drugi pravac istraživanja je najstarijeg datuma i vezuje se za razvoj višeatributivne utilitetne teorije [12] (prvenstveno se na ovome radi u SAD). Osnovni zadatak je adekvatno predstaviti preference donosioca odluke u investiranju i razviti metode dodele utilitetnih funkcija svakoj investiciji. Može se reći da u okviru ovog pravca istraživanja ima izvesnih eksperimentalnih primena. Istraživanja su usmerena ka traženju mogućnosti da utilitetne funkcije obuhvate uslove izbora investicija sa manje restriktivnih pretpostavki o svakoj investiciji ponaosob i o relacijama između njih.

(3) Kao datum rađanja trećeg pravca istraživanja navodi se 1968. [13], a tek u novije vreme ovaj pravac dobija punu afirmaciju (razvija se isključivo u evropskim naučnim centrima). Osnovna ideja je da se na skupu I definišu relacije rangiranja i razviju putevi i načini eksploatisanja ovih relacija na konkretnim problemima rangiranja odluka (pa i investicija). Relacije rangiranja nisu obavezno potpune niti tranzitivne, a sam rang je ili deterministički ili nerazgovetan.[2] Teorija rangiranja je u punom razvoju, a čak i u odsustvu zaokrugljene teorijske celine broj praktičnih primena, zasnovanih na nedovoljno razvijenoj teoriji, neprekidno raste [14, 15].

U nastavku ovog rada bavićemo se upravo razradom procesa rangiranja investicija u svetlu opšte teorije rangiranja elemenata jednog skupa, i vezivanjem ove teorije sa klasičnom optimizacionom teorijom, čime se rešava problem izbora investicija.

---

[1] Videti seriju radova koji potiču iz LAMSADE: Laboratoire d'Analyses et Modelisation de Systemes pour l'Aide á la Decision, Université de Paris Dauphine, 1975—1985.

[2] fuzzy set — nerazgovetni skup.

3. IZBOR KRITERIJUMA U RANGIRANJU I IZBORU INVESTICIJA

Literatura je vrlo bogata raznim studijama i pogledima na definisanje i utvrđivanje kriterijuma za izbor investicija. Kada je reč o optimizaciji izbora investicija, naglasak se stavlja na određivanje jednog adekvatnog kriterijuma a mišljenja koji je to kriterijum često su suprotna [16, 17].

Mi polazimo od dve pretpostavke:

(1) U izboru investicija u principu bolje je svaku investiciju $i \in I$ opisati većim brojem kriterijuma — pokazatelja valjanosti investicija, nego manjim brojem. Vrlo konkretno, pod većim brojem kriterijuma podrazumevamo oko deset ili čak nešto više kriterijuma. Intuitivno je jasno da operisanje sa većim brojem kriterijuma čini proces rangiranja i izbora investicija složenijim i to na dva načina: (a) treba sračunati ili utvrditi vrednosti svih kriterijuma za svaku investiciju $i \in I$ (b) algoritamski postupak rangiranja i izbora mora biti složeniji ako se vodi računa o većem broju kriterijuma.

(2) Težimo da kriterijumi budu kvantitativni. Međutim, neki kriterijumi ne mogu biti kvantitativni, već su po prirodi stvari kvalitativni i uzimaju vrednosti iz skupa kvalitativnih atributa. Imajući ovo u vidu definišemo listu mogućih kriterijuma f_j, $j = 1 \ldots J$. Ovoj listi u svakoj konkretnoj investicionoj situaciji mogu se pridružiti novi kriterijumi ili iz liste izostaviti neki od predloženih kriterijuma. U listi kriterijuma pored svakog od njih nalazi se oznaka (max) ili (min), što označava da je investicija bolja ako je vrednost tog kriterijuma veća ili manja, respektivno.

Lista kriterijuma

f_1: neto sadašnja vrednost; poželjno maksimizirati, (max)

f_2: ukupni aktualizovani dohodak; poželjno maksimizirati, (max)

f_3: aktualizovana dobit po jedinici investicionih ulaganja; poželjno maksimizirati, (max)

f_4: aktualizovani dohodak po jedinici investicionih ulaganja; poželjno maksimizirati, (max)

f_5: interna stopa rentabiliteta; poželjno maksimizirati, (max)

f_6: period povraćaja investiranih sredstava; poželjno minimizirati, (min)

f_7: uticaj na zapošljavanje; poželjno maksimizirati zaposlenost, (max)

f_8: uticaj na bilans plaćanja; poželjno maksimizirati povoljnost plaćanja, (max)

f_9: uticaj na tehnički progres; poželjno maksimizirati stepen uticaja na tehnički progres, (max)

f_{10}: uticaj na zagađivanje okoline; poželjno minimizirati negativne uticaje, (min)

f_{11}: osetljivost na promene vrednosti ukupnih investicionih ulaganja; poželjno minimizirati indekse osetljivosti na promene ulaganja, (min)

Svi kriterijumi ne moraju biti podjednako važni. Svakom kriterijumu može se dati koeficijent relativne važnosti W_j, $j = 1, \ldots, J$, kojim se izražava važnost kriterijuma. Ako smatramo da su svi kriterijumi podjednako važni tada je $W_j = 1$, $j = 1, \ldots, J$. Ako se žele napraviti razlike u važnosti, onda se to čini različitim izborom W_j za razne j: većoj važnosti kriterijuma j odgovara veće W_j. Nema teorijske podloge koja bi opravdala razlike u važnosti kriterijuma ili konkretno sugerisala izbor vrednosti W_j. Izbor svih W_j je subjektivna stvar i predstavlja specifičan izraz interpretacije sistema vrednosti u svakom praktičnom slučaju.

4. NOVI MODEL RANGIRANJA I IZBORA INVESTICIJA: ADAPTACIJA PROMETHEE[3] METODA

4.1. *Metodski zahtevi*

U razvoju jedne savremene, praktično moćne metode za višekriterijumska rangiranja i izbor investicija polazimo od sledećih polaznih zahteva:

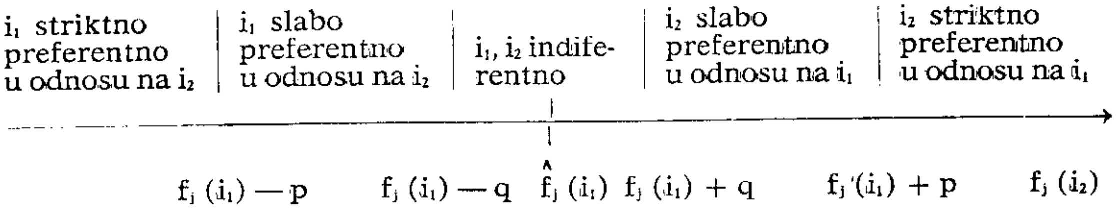
* Metoda mora biti jedinstvena u smislu da je pogodna za korišćenje u tipičnim investicionim zadacima: (a) da odabere najbolju investiciju iz skupa I u smislu svih kriterijuma, simultano, (b) da odredi redosled investicija u skupu I, od najbolje do najgore, u odnosu na sve kriterijume, simultano, (c) da u slučaju ograničenih sredstava odabere podskup investicija koje se uklapaju u ograničena sredstva, a najbolje su u smislu svih kriterijuma, simultano.

* Metoda se mora zasnivati na dovoljno realnom modeliranju preferentnih situacija u kome se u odnosu na svaki kriterijum razlikuju sledeće četiri osnovne relacije između dve investicije: (a) i n d i f e r e n t n o s t: $i_1 \in I$ i $i_2 \in I$ su podjednako dobre ako postoje jasni i pozitivni rezoni ekvivalentnosti; relacija indiferentnosti je simetrična i refleksivna; (b) s t r o g a p r e f e r e n t n o s t: postoje jasni i pozitivni rezoni koji potvrđuju da je $i_1 \in I$ znatno bolja od $i_2 \in I$; relacija stroge preferentnosti je asimetrična i nerefleksivna; (c) s l a b a p r e f e r e n t n o s t: $i_1 \in I$ je bolja, ali nije strogo preferentna u odnosu na $i_2 \in I$, niti se može reći da za i_1 i i_2 važi relacija indiferentnosti; relacija slabe preferentnosti je asimetrična i nerefleksivna; (d) n e u p o r e d i v o s t: $i_1 \in I$ i $i_2 \in I$ nisu uporedive onda kada nijedna od tri prethodne relacije ne važi; relacija neuporedivosti je simetrična i nerefleksivna.

* U metodu treba ugraditi koncept diskriminacione snage svakog pojedinog kriterijuma, u smislu da ako za kriterijum j, za $i_1, i_2 \in I$

[3] PROMETHEE — akronim: *P*reference *R*anking *O*rganization *Meth*ods for *E*nrichment *E*valuation.

postoji razlika kriterijumskih vrednosti f_j (i_1) — f_j (i_2), veličina te razlike određuje da li je i_1 striktno preferentno, slabo preferentno ili indiferentno u odnosu na i_2, i obratno. Drugim rečima, treba uvesti pojmove i definisati granice slabe preferentnosti i indiferentnosti za svaki kriterijum $j = 1, \ldots, J$. Jedan mogući način uvođenja diskriminacione snage kriterijuma (max) tipa dat je na sl. 1. gde su q i p granice indiferentnosti i preferentnosti.



Sl. 1. *Relacije između dve investicije i_1, i_2 u odnosu na kriterijum j*

* Metoda bi morala imati mogućnost da prihvati kvalitativne kriterijume koji dobijaju vrednost iz zadatog skupa kvalitativnih atributa, npr. iz skupa nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar, odličan ili iz skupa neprihvatljiv, neutralan, prihvatljiv, itd. Atributi se mogu prevesti u numeričku skalu.

4.2. *Relacije rangiranja PROMETHEE tipa*

Postavljenim metodskim zahtevima najviše se približava nova familija metoda za rangiranje elemenata nekog skupa poznata pod imenom PROMETHEE [18]. Familija metoda PROMETHEE daje parcijalni poredak (PROMETHEE I), ili potpuni poredak (PROMETHEE II). Mi ćemo adaptirati ove metode sa ciljem da direktno reše sva tri investiciona zadatka, definisana u odeljku 4.1.

Metode PROMETHEE zasnivaju se na uopštavanju pojma kriterijuma. Naime, svakom kriterijumu f_j, $j = 1, \ldots, J$ u odnosu na koga se porede dve investicije i_1, $i_2 \in I$ odgovara jedna preferentna funkcija $P_j(i_1, i_2)$ koja izražava intenzitet preferentnosti za $i_1 \in I$ u odnosu na $i_2 \in I$. Ako je f_j kriterijum (max) tipa (npr. neto sadašnja vrednost), tada $P_j(i_1, i_2)$ treba da ima sledeće karakteristike:

$P_j(i_1, i_2) = 0 \Leftrightarrow$ indiferentnost između i_1, i_2 u odnosu na kriterijum j,
$P_j(i_1, i_2) \sim 0^+ \Leftrightarrow$ slaba preferentnost i_1 nad i_2 u odnosu na kriterijum j, $(f_j(i_1) > f_j(i_2))$
$P_j(i_1, i_2) \sim 1^- \Leftrightarrow$ stroga preferentnost i_1 nad i_2 u odnosu na kriterijum j, $(f_j(i_1) \gg f_j(i_2))$
$P_j(i_1, i_2) = 1 \Leftrightarrow$ striktna preferentnost i_1 nad i_2 u odnosu na kriterijum j, $(f_j(i_1) > \gg f_j(i_2))$

Moguće je zamisliti bezbroj funkcija koje zadovoljavaju gornje uslove. Brans i dr. [18] definisali su šest takvih tipičnih funkcija i dali im nazive „generalizovani kriterijumi", sl. 2. Mišljenja smo da se svih šest mogu koristiti u procesu rangiranja investicija. Koji tip generalizovanog kriterijuma treba pridružiti svakom konkretnom kriterijumu u rangiranju i izboru investicija je stvar subjektivne procene i iskustva. Generalizovani kriterijumi imaju izvesne opšte osobine:

Tip 1, („obični kriterijum") je pogodan za izvesne kvalitativne kriterijume;

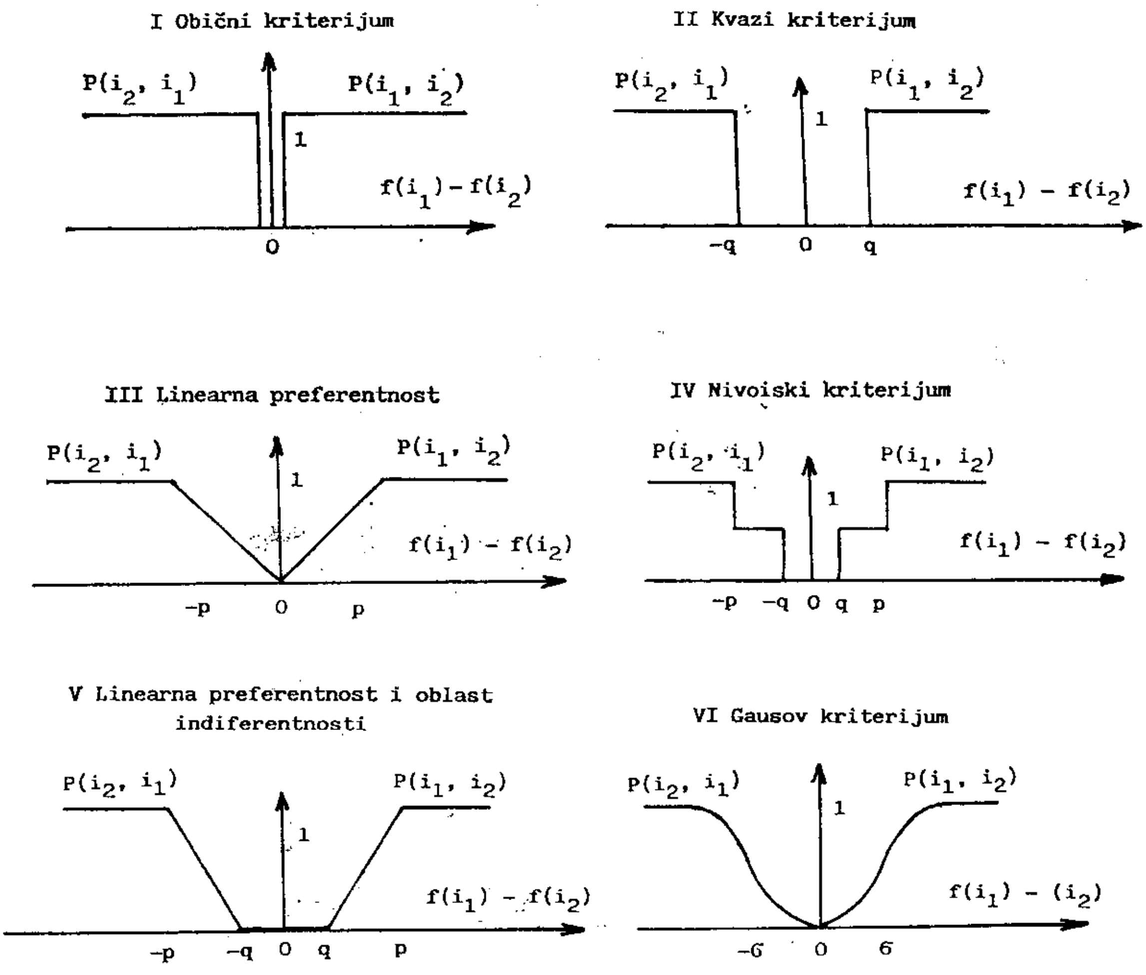
Tip 2, („kvazi kriterijum") definiše se samo granicom indiferentnosti q koja pokazuje na koliku razliku kriterijumskih vrednosti smo indiferentni;

Tip 3, („linearna preferentnost") definisan je granicom stroge preferentnosti p, koja pokazuje kolika razlika kriterijumskih vrednosti nas opredeljuje za strogu preferentnost;

Tip 4, („nivoiski kriterijum") definisan je granicama indiferentnosti q i stroge preferentnosti p;

Tip 5, („linearna preferentnost i oblast indiferentnosti") definisan je takođe granicama indiferentnosti q i stroge preferentnosti p a između granica važi linearna zakonitost;

Tip 6, („Gausov kriterijum") definisan je parametrom σ, krive normalne raspodele.



Sl. 2. *Tipični generalizovani kriterijum*

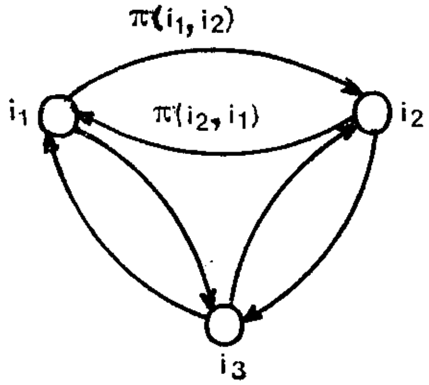
Imena generalizovanih kriterijuma dovoljno su instruktivna da ukažu na mogućnost njihovog korišćenja. Treba reći da je izbor tipa generalizovanog kriterijuma u konkretnim zadacima u osnovi subjektivna stvar i ne podleže nekim strožijim teorijskim argumentima.

Kada je za svaki kriterijum f_j, $j = 1, \ldots, J$ usvojen tip i parametri preferentne funkcije P_j, tada se za svaki par investicija $i_1, i_2 \in I$ može odrediti indeks preferentnosti $\pi(i_1, i_2)$ u odnosu na sve kriterijume, simultano.

$$\pi(i_1, i_2) = \left[1/J \sum_{j=1}^{J} W_j\right] \sum_{j=1}^{J} W_j P_j(i_1, i_2) \tag{1}$$

Indeksi preferentnosti $\pi(i_1, i_2)$, $i_1, i_2 \in I$ predstavljaju ukupni intenzitet preferentnosti i_1 u odnosu na i_2, po svim kriterijumima. Važi: $\pi(i_1, i_2) \in [0,1]$, $\pi(i_1, i_2) \sim 0$, i $\pi(i_1, i_2) \sim 1$ označavaju slabu i strogu preferentnost i_1 u odnosu na i_2, respektivno.

Relacije preferentnosti među investicijama u I pogodno je predstaviti jezikom teorije grafova. Tada svakoj investiciji u I odgovara jedan čvor, a relacije među njima opisuje potpuni digraf bez petlji, čijim su granama pridružene težine $\pi(i_1, i_2)$, sl. 3.



Sl. 3. *Digraf za tri investicije*

Sada se mogu definisati izlazni, ulazni i neto tok za svaki čvor i_1 (investiciju i_1).

$$\text{Izlazni tok } r^+(i_1) = \sum_{i_2 \in I} \pi(i_1, i_2), \quad \forall\, i_1 \in I \tag{2}$$

$$\text{Ulazni tok: } r^-(i_1) = \sum_{i_2 \in I} \pi(i_2, i_1), \quad \forall\, i_1 \in I \tag{3}$$

$$\text{Neto tok: } r(i_1) = r^+(i_1) - r^-(i_1), \quad \forall\, i_1 \in I \tag{4}$$

Tokovi imaju svoju interpretaciju: izlazni tok je sintetička mera koja pokazuje koliko investicija i_1 „nadmašuje" sve ostale u I, a ulazni tok pokazuje koliko sve ostale investicije u I „nadmašuju" i_1.

Uvođenje pojma izlaznog i ulaznog toka pruža mogućnost definisanja sledećih relacija:

$$
\begin{aligned}
& i_1\, \mathcal{P}^+ i_2 \ \ akko \ \ r^+(i_1) > r^+(i_2) \\
& i_1\, I^+ i_2 \ \ akko \ \ r^+(i_1) = r^+(i_2) \\
& i_1\, \mathcal{P}^- i_2 \ \ akko \ \ r^-(i_1) < r^-(i_2) \\
& i_1\, I^- i_2 \ \ akko \ \ r^-(i_1) = r^-(i_2)
\end{aligned} \tag{5}
$$

Iz ovoga slede dve alternativne relacije rangiranja:

(1) PROMETHEE I — parcijalni poredak:

$(i_1\, \mathcal{P}^+ i_2 \wedge i_1\, \mathcal{P}^- i_2) \vee (i_1\, \mathcal{P}^+ i_2 \wedge i_1\, I^- i_2) \vee (i_1\, I^+ i_2 \wedge i_1\, I^- i_2) \Leftrightarrow$ (i_1 nadmašuje i_2)

$(i_1\, I^+ i_2 \wedge i_1\, I^- i_2) \Leftrightarrow$ (i_1 indiferentno i_2)

(svaki drugi slučaj) $\Leftrightarrow$ (i_1 neuporedivo i_2) (6)

(2) PROMETHEE II — potpuni poredak:

$akko\ \ r(i_1) > r(i_2) \Leftrightarrow$ (i_1 nadmašuje i_2) (7)

$akko\ \ r(i_1) = r(i_2) \Leftrightarrow$ (i_1 indiferentno i_2)

PROMETHEE I i PROMETHEE II su dovoljni da se izvrši rangiranje investicija u skupu I, tj. odabere najbolja ili odredi redosled investicija. Da bismo rešili zadatak najboljeg izbora investicija iz skupa I kada na raspolaganju stoje ograničena sredstva, koristićemo neto tokove i moramo uvesti sledeće veličine:

$a_i,\ i = 1, \ldots, n$: potrebna sredstva za investiciju i

$x = (x_1, \ldots, x_n)$: vektor čije komponente x_i uzimaju vrednosti 0 ili 1, a po konvenciji: 0 označava da i-ta intesticija nije odabrana, 1 da je odabrana.

Tada zadatak izbora najboljih investicija kada se raspolaže ograničenim sredstvima C postavljamo na sledeći način:

Naći maksimum $F = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i$, uz ograničenje $\sum_{i=1}^{n} a_i,\ x_i \leqslant C$,

$x_i = 1 \ ili\ 0,\ i = 1, \ldots, J$

Pretpostavićemo da su svi r_1 pozitivni, a ako to nije slučaj treba izvršiti zamenu promenljivih: za svako $r_1 < 0$, staviti $x_1 \rightarrow 1 - x_1$

Ovako postavljen zadatak može se jednostavno rešiti samo kada je n malo. Tada treba pretražiti sve vektore x počev od (0, . . . ,0) do (1, . . . ,1) i izabrati onaj koji zadovoljava ograničenje i daje maksimum F. Ako je n veliko (veće od 10) ima smisla primeniti metodu generisanja n-dimenzionalnih Gilbertovih lanaca [2], tj. najpre generisati zasićene vektore x. To su oni vektori x koji su dopustivi u smislu ograničenja, a imaju osobinu da zamena bar jedne nule jedinicom prevodi vektor x u nedopustivi. Pošto funkcija F ima maksimum samo za neko x koje je zasićeno, onda se maksimum F dobija pretraživanjem skupa zasićenih vektora.

Broj zasićenih vektora je značajno manji od ukupnog broja mogućih (2^n+1) i dopustivih vektora. Ne ulazeći u dokaz, napomenimo da se može očekivati da broj zasićenih vektora bude bar $\sqrt{n}$ puta manji od broja mogućih rešenja.

Algoritam za generisanje zasićenih vektora je sledeći:

Treba najpre ponovnom numeracijom svih investicija u I postići da važi: $a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots a_n$. Zatim se odredi zasićeni vektor sa najvećim decimalnim ekvivalentom (osnovni). To je ono x čijih su prvih n_1 komponenti jedinice, a ostalih $n - n_1$ su nule ili jedinice, a n_1 je izabrano tako da važi:

$$\sum_{i=1}^{n1} a_i \leqslant C, \qquad \sum_{i=1}^{n+1} a_i > C \tag{8}$$

Neka je komponenta $(n_1 + 1)$ jednaka nuli, a sledećih n_2 su jedinice, pri čemu je n_2 izabrano tako da važi:

$$\sum_{i=1}^{n_1} a_i + \sum_{i=n_1+2}^{n_1+n_2+1} a_i < C\,, \sum_{i=1}^{n_1} a_i + \sum_{i=n_1+2}^{n_1+n_2+2} a_i > C \tag{9}$$

Produžavajući ovaj proces dobićemo osnovno zasićeno x_{oz}, čije komponente formiraju grupe jedinica odvojene nulama, pa se x_{oz} može predstaviti:

$$x_{oz} = (\overbrace{1, 1, \ldots, 1}^{n_1}, 0, \overbrace{1, 1, \ldots, 1}^{n_2}, 0, \ldots \overbrace{1, 1, \ldots 1}^{n_k})$$

Naravno, moguće je da dve susedne komponente budu nule, što znači da se između njih nalazi prazna grupa jedinica. Osnovnom, zasićenom x_{oz} odgovara decimalni ekvivalent ν_o. Lako se pokazuje da ne postoji zasićen vektor sa većim decimalnim ekvivalentom, već samo sa manjim. Postupak generisanja drugih zasićenih vektora iz osnovnog je sledeći:

(1) u poslednjoj grupi jedinica (grupa n_k) sve jedinice zameniti nulama; ako su u toj grupi već nule, ne menjati ih;

(2) u pretposlednjoj grupi jedinica poslednju jedinicu zameniti nulom;

(3) preostali deo komponenti — desno od zamenjene jedinice podvrgnuti postupku traženja osnovnog zasićenog vektora (sa smanjenim brojem komponenti), a za umanjeno ograničenje: $C - \sum_i a_i x_i$ gde sumiranje ide po onim i koji su levo od promenjene jedinice.

Primenjujući ovaj postupak na x_{oz}, tj. ν_o dobija se zasićeni vektor ν_1, a iz njega ν_2, itd., a važi $\nu_o > \nu_1 > \ldots > \nu_s$. Između svaka dva zasićena vektora su nezasićeni i/ili nedopustivi ν vektori, a svi vektori sa decimalnim ekvivalentima manjim od ν_s su nezasićeni.

Generisanje zasićenih vektora se lako kodira. Algoritam se pokazao primenljiv i u slučaju kada postoji više od jednog linearnog ograničenja, tj. kada se vrši izbor investicija sa ograničenjima na više vrsta sredstava [2].

5. RAČUNARSKI PROGRAMI

Za potrebe rangiranja i izbora investicija razvijen je jedinstveni programski paket nazvan ADPROM. On je namenjen rešavanju problema rangiranja i izbora iz skupa do 100 investicija uzimajući u obzir do 20 kriterijuma, simultano. Program je napisan na FORTRAN-u.
Potrebni ulazni podaci su:

* broj investicija n i broj kriterijuma J,
* dvodimenzionalni niz Jxn čiji su elementi kriterijumske vrednosti za svaku investiciju,
* jednodimenzionalni J-niz koeficijenta relativne važnosti kriterijuma W_j,
* jednodimenzionalni J-niz max-min oznaka za svaki kriterijum,
* tip i parametri (p, q ili σ) generalizovanog kriterijuma za svaki kriterijum za koji je to potrebno,
* jednodimenzionalni n-niz a_i potrebnih sredstava za svaku investiciju (samo za izbor investicija),
* ograničena sredstva C (samo za izbor investicija).

Izlazni rezultati su:

* parcijalni poredak investicija, sa mogućnošću neuporedivosti (PROMETHEE I),
* potpuni poredak investicija (PROMETHEE II),
* izbor najboljih investicija koje se uklapaju u ograničena sredstva (GILBERT).

6. PRIMER

Metode rangiranja i izbora investicija predložene u ovom radu ilustrovaćemo na primeru koji je u literaturi već analiziran metodom ELECTRE II [19]. Posmatra se skup 5 investicija koje treba rangirati i/ili odabrati uzimajući u obzir 11 kriterijuma definisanih u odeljku 3, simultano. Ulazni podaci dati su u tabeli 1. Investicije treba rangirati a zatim izabrati najbolje investicije za slučaj kada se raspolaže ograničenim sredstvima C.

Tabela 1: *Ulazni podaci*

Kriterijum	Investicija 1	2	3	4	5	min max	koef. rel. važnosti	Generalizovan kriterijum tip	parametri
f_1	265.921	145.276	182.164	516.286	143.425	max	1	III	p = 330.000
f_2	163.170	166.531	147.164	660.112	157.247	max	1	III	p = 400.000
f_3	.470	.335	.284	.477	.672	max	1	V	q = .4 p = .3
f_4	.219	.385	.230	.610	.742	max	1	III	p = .5
f_5	.15	.12	.13	.18	.20	max	1	V	p = 2 p = 7
f_6	4	5.7	4.5	4	3	min	1	V	q = 2 p = 2.5
f_7	nedovoljan	vrlo dobar	odličan	dobar	dovoljan	max	1	IV	p = 4
f_8	neutralno	prihvatljivo	prihvatljivo	neprihvatljivo	neprihvatljivo	max	1	IV	p = 2
f_9	veliki	srednji	srednji	najveći	neutralan	max	1	IV	p = 3
f_{10}	prihvatljiv	neprihvatljiv	prihvatljiv	prihvatljiv	neprihvatljiv	max	1	I	
f_{11}	prihvatljiv	neprihvatljiv	prihvatljiv	prihvatljiv	neprihvatljiv	max	1	I	
Potrebna sredstva $x10^9$	.6	.5	.7	.6	.3	Raspoloživa sredstva: 1.5×10^9			

Kvalitativne atribute treba prevesti na skalu:

f_7 : {nedovoljan (0), dovoljan (1), dobar (2), vrlo dobar (3), odličan (4)}

f_8 : {neprihvatljiv (0), neutralan (1), prihvatljiv (2)}

f_9 : {neutralan (0), srednji (1), veliki (2), najveći (3)}

f_{10} : {neprihvatljiv (0), prihvatljiv (1)}

f_{11} : {neprihvatljiv (0), prihvatljiv (1)}

Izlazni rezultati su sledeći:

Indeksi preferentnosti π (i_1, i_2) dati su u tabeli 2.

Tabela 2.: *Indeksi preferentnosti*

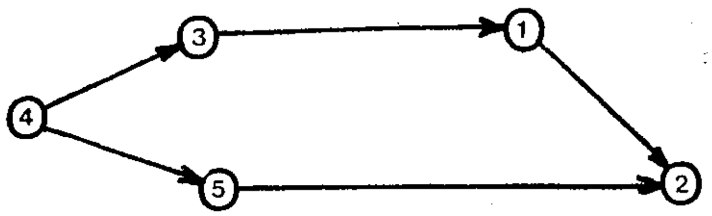
Investicije	1	2	3	4	5	Izlazni tok	Neto tok
1	0	.334	.096	.045	.323	.798	—.043
2	.145	0	.033	.114	.169	.461	—1.069
3	.138	.247	0	.136	.382	.903	.064
4	.325	.611	.401	0	.477	1.814	1.434
5	.233	.338	.309	.085	0	.965	—.386
Ulazni tok	.841	1.530	.839	.380	1.351		

Parcijalni poredak, tj. rang investicija, određen programom PROMETHEE I dat je matricom parcijalnog poretka u tabeli 3. i korespodentnim grafom na sl. 4. Između ostalog vidi se da je najbolja investicija 4, a važe i relacije: {investicija 1 NEUPOREDIVA investicija 5}, {investicija 3 NEUPOREDIVA investicija 5}.

Iste relacije između investicija dobijene su i primenom Gausovog generalizovanog kriterijuma za kriterijume f_1 do f_6, $\sigma = p/2$, a ostali generalizovani kriterijumi kao u prethodnom slučaju.

Tabela 3.: *Parcijalni poredak*

Investicije	4	3	1	5	2
4	—	1	1	1	1
3		—	1		1
1			—		1
5				—	1
2					—



$\{i_1$ neuporedivo $i_5\}$
$\{i_3$ neuporedivo $i_5\}$

Sl. 4. *Graf parcijalnog poretka*

Potpuni poredak investicija određen programom PROMETHEE II, u kome nema neuporedivosti dat je na sl. 5.

Sl. 5. *Graf potpunog poretka*

I u potpunom poretku najbolja je investicija 4, najgora je 2, a investicije 3 i 1 našle su mesto pre investicije 5. PROMETHEE II daje kompletan poredak, ali neke korisne informacije o neuporedivosti između investicija su izostale.

Primenom programa GILBERT izvršen je izbor najboljih investicija za slučaj kada postoje ograničena sredstva $C = 1.5 \times 10^9$. Zasićenim vektorima korespondiraju sledeći podskupovi investicija $\{1, 2, 5\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{3, 4\}$. Pretraživanjem zasićenih vektora nalazi se da najbolji izbor čine ulaganja u investicije 3 i 4, za koje su potrebna ukupna ulaganja 1.3×10^9 a ostvaruje se neto tok 1.500.

7. ZAKLJUČCI

U radu je pokazano da se kombinovanjem koncepata i metoda višekriterijumske analize i klasične optimizacije može, metodološki jedinstveno i dovoljno objektivno, vršiti rangiranje i izbor investicija u realnim investicionim uslovima. Subjektivnost u procesima rangiranja i izbora investicija drastično se redukuje u odnosu na uobičajenu ekonomsku praksu i stavlja u kontrolisane okvire.

Subjektivnost se ne može potpuno izbeći u delu metode gde se vrši davanje značaja pojedinim kriterijumima koji se uzimaju u obzir u rangiranju i izboru investicija. Međutim, subjektivnost je dovedena na principijelni teren interpretacije sistema vrednosti, a izostalo je subjektivno izražavanje preferentnosti prema pojedinim investicijama.

Predložena metoda je vrlo fleksibilna u smislu da prihvata ne samo kvantitativne karakteristike investicija, već i njihove kvalitativne atribute. Slaba tačka metoda je postupak prevođenja kvalitativnih atributa u numeričku skalu preferentnosti.

Jedna teorijska osobenost predložene metode je vredna pažnje. Za razliku od standardne teorijske misli i prakse u rangiranju i izboru investicija koja počiva na apriorno prihvaćenim stavovima o obaveznoj tranzitivnosti svake tri investicije i uporedivosti svake dve investicije, u razrađenoj metodi su tranzitivnost i obavezna uporedivost samo opcije.

Obim računanja u rangiranju i izboru investicija iz skupa većeg broja investicija (više od deset) toliki je da se moraju koristiti računarski programi ADPROM i GILBERT. Oba programa su dovedena do standardnog oblika i mogu se implementirati na mikroračunaru sa fortranskim kompajlerom.

Primljeno: 18. 02. 1986.
Prihvaćeno: 2. 09. 1986.

LITERATURA

[1] Bellman, R.: *Applied Dynamic Programming,* Princeton Un. Press, Princeton, 1962, 3—98.

[2] Petrović, R.: *Specijalne metode u optimizaciji,* Tehnička knjiga, Beograd, 1977, 15—23.

[3] Jöckel, K.: "Stochastic Investment Theory", Zeitschrift für OR, Vol. 25, No 2. 1981, 39—47.

[4] Gregory, D.: "Investment Risk Analysis", AIIE Transactions, Vol. 10, No. 4, 1978, 409—415.

[5] Rendlemon, R.: "Optimal Long-run Option Investment Strategies", Financial Management, Vol. 10, No 1, 1981, 61—76.

[6] Putnam, K.: "Investment in Inflatory Times", Journal of Accountancy, Vol. 151, No. 5, 1981, 38—45.

[7] Myers, S.: "Finance Theory and Financial Strategy", Interfaces, Vol. 14, 1984, 126—137.

[8] Goicoechea A., Hensen, D., Duckstein, L.: *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications,* John Wiley, New York, 1982.

[9] Ungarn-Sternberg, T.: "Current Profits and Investment Behavior", Bell Journal of Economics, Vol. 11, No. 2, 1980, 745—748.

[10] Petrović, R.: „Optimizacija jedne klase investicionih zadataka putem 1—0 programiranja" Zbornik IV savetovanje o primeni metoda OI, Bled, 1971, 23—29.

[11] Stadler, W.: "A Survey of Multicriteria Optimization on the Vector Maximum Problem", JOTA, Vol. 29, No. 1, 1979, 1—53.

[12] Zeleny, M.: *Multiple Criteria Decision Making,* McGrawHill, New York, 1982.

[13] Roy, B.: "Classement et choix en présence de points de vue multiple", R. A. I. R. O., Vol. 2, No. 2, 1968, 57—75.

[14] Roy, B., Vincke, Ph.: "Multicriteria Analysis: Survey and New Directions", EJOR, Vol. 8, 1981, 207—218.

[15] Brans, J. P., Vincke, Ph.: "A Preference Ranking Organization Method", Manag. Sci. Vol. 31, No. 6, 1985, 647—656.

[16] Hansen, J.: *Guide to Practical Project Appraisal, Social Benefit Cost Analysis*, UNIDO Publ. UN, 1978.

[17] Matejić, V.: „Analiza uticaja kriterijuma optimizacije poslovanja na model ponašanja investicija u privredi", Zbornik SYM—OP—IS, Herceg Novi, 1979, 129—140.

[18] Brans, J. P., Vincke, Ph., Mareschal, B.: "PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods", Proc. X IFORS Conf. Operational Research 84, North-Holland, 1984, 408—421.

[19] Memedović, O.: „Primena metoda ELECTRE u rangiranju investicionih projekata", Zbornik SYM—OP—IS, Herceg Novi 1982, 295—306.

MULTICRITERIA RANKING AND SELECTION OF INVESTMENT PROJECTS

Radivoj PETROVIĆ
Olga MEMEDOVIĆ

Summary

The objectives of this paper are: (1) to confirm by precise arguments the assumptions about the restrictiveness of classical single-criterion optimization theory as applied in solving real tasks of investment ranking and selection of a set of investment projects, (2) to suggest that investment ranking and selection is the problem for multicriteria analysis that must rely on today's ideas about fundamental preference situations, (3) to show how, starting from the basic axioms of partial multicriteria comparison of two investment projects, to form appropriate methods, efficient algorithms and corresponding computer programs that represent a decision-making and in investment selection.

A list of 11 criteria is given in the paper. The list is intended to indicate possible criteria rather than to be exclusive. The method allows the number of criteria to increase up to 20.

The ADPROM software package has been developed for investment ranking and selection purposes. It is intended to solve the problem of ranking out of a set of up to 100 investment projects taking simultaneously into account up to 20 criteria. The program gives the partial order (noncomparability included), the strict order and the selection of the best investment projects subject to budget constraint.