

EKONOMETRIJSKA ANALIZA PROIZVODNIH FUNKCIJA

Marta BAZLER-MADŽAR)*

Proizvodna funkcija i karakteristike promenljivih koje ona sadrži

Kao analitički sumarni izraz veza između količine proizvodnje i proizvodnih utrošaka proizvodna funkcija predstavlja instrument mikroekonomske analize. U teoriji preduzeća proizvodna funkcija opisuje tehnološke aspekte proizvodnje, odnosno određuje količinu maksimalne proizvodnje koja se dobija iz raznih kombinacija utrošaka. Samim tim ona se zasniva na pretpostavci tehnološke efikasnosti. To znači da se optimalno korišćenje svih kombinacija utrošaka smatra tehnološkim a ne ekonomskim problemom. Prema tome, proizvođaču je data proizvodna funkcija koja predstavlja šemu proizvodnih procesa i koja pruža informacije o tehničkim uslovima proizvodnje. A ekonomski problem predstavlja izbor optimalne kombinacije faktora proizvodnje za dati proizvod u zavisnosti od cena proizvoda i utrošaka. Na mikro nivou proizvodna funkcija predstavlja razne alternative koje se u alokaciji resursa pružaju proizvođaču. Postavlja se pitanje da li je korišćenje proizvodne funkcije kao instrumenta analize u makroekonomskim istraživanjima opravdano. U stručnoj literaturi javljala su se oprečna mišljenja o opravdanosti upotrebe proizvodne funkcije u makroekonomskoj analizi. Međutim, i pored različitih ozbiljnijih nedostataka ove funkcije danas je opšte prihvaćen stav da je njihova primena u objašnjenju doprinosa raznih činilaca privrednog rasta, kao i u predviđanjima budućih kretanja neophodna. Sa izvesnim modifikacijama analitički instrument proizvodne funkcije se može primeniti i na nivoima grana i sektora kao i na nivou cele privrede. Sve dok se između proizvodnih utrošaka i proizvodnje mogu uspostaviti određene analitičke veze, ona može da predstavlja pogodan instrument u istraživanjima zakonitosti proizvodnje i na višim nivoima agregiranja. I agregatne proizvodne funkcije poseduju analitička svojstva kao i funkcije na nivou preduzeća ili pojedinačnih procesa, za razliku od njihovog duala — funkcije troškova na nivou preduzeća koja u makroekonomskoj analizi nema ekonomsku interpretaciju.

*) Istraživač u Institutu ekonomskih nauka, Beograd.

Kao nezavisne promenljive u proizvodnoj funkciji na nivou preduzeća figurišu tokovi proizvodnih utrošaka. U makroekonomskoj proizvodnoj funkciji argumenti su varijable sa karakteristikama fondova. Uobičajeno je da se u makroekonomskoj funkciji proizvodnja izražava kao funkcija raznih oblika društvenog bogatstva, proizvodnih fondova, radne snage i prirodnih bogatstava; pri čemu se treći faktor po pravilu ne uključuje u analizu pod pretpostavkom da ne nameće ograničenja proizvodnji. Ovi faktori se mogu adekvatnije izraziti i meriti kao količine i vrednosni pokazatelji određene mase nego utrošci koje oni izazivaju. Ukoliko se faktori koriste istim intenzitetom, između fondova i tokova postoji jednoznačna veza, što znači da fondovi mogu figurisati kao argumenti proizvodne funkcije, kao i varijable sa karakteristikama tokova.

U vezi sa kvantifikacijama nezavisnih kao i zavisne promenljive u makroekonomskoj proizvodnoj funkciji veoma se često raspravljalo u dosadašnjem razvoju ekonomske teorije. Težište diskusije stavljeno je na problem agregiranja. Može se reći da su problemi zasada, zbog izuzetno komplikovane situacije, naročito kada je u pitanju kapital, teorijski nerešivi. Uzmimo pre svega u razmatranje problem merenja količine rada. Ukupan fond radne snage sastoji se od mnogobrojnih, različitih kategorija, a ovu varijablu potrebno je izraziti u nekoj standardizovanoj jedinici. Razlike između različitih kategorija radne snage određuje na prvom mestu stepen obrazovanja odnosno odgovarajuće kvalifikacije. Poznato je da je njihov doprinos i značaj u proizvodnji veoma izdiferenciran. S druge strane, razlike su značajne i u starosnoj strukturi. Teorijski gledano ukupan broj zaposlenih, koji predstavljaju veoma različite kategorije, kao argument u proizvodnoj funkciji nema opravdanje. Međutim, sama teorija nije rešila problem izbora odgovarajućih, čvrsto formulisanih merila pomoću kojih bi se radna snaga mogla izraziti preko broja uslovnih homogenih jedinica. Postoje razni predlozi o rešenju ovog problema. Tako, na primer, R. Shepherd i L. Klein preporučuju primenu geometrijskog agregiranja (15, str. 22). Pored iznalaženja sistema merenja u analizama na osnovu vremenskih serija treba predvideti i mogućnost njihovih promena. Može se očekivati da u globalu te promene nisu veoma značajne. Međutim, u analizama na osnovu statističkih preseka ovaj se problem postavlja u mnogo oštrijem vidu. U empirijskim istraživanjima korišćene su veoma pojednostavljene mere doprinosa rada, ili ukupan broj radnika ili broj radnik-časova, što sadrži u sebi pretpostavku o jednoj homogenoj kategoriji radne snage. Ovakve simplifikacije imaju za posledicu pristranost ocena parametara. Drugo rešenje se sastoji u dezagregiranju radne snage na razne kategorije, što u velikoj meri umanjuje problem agregiranja. U empirijskim istraživanjima opet zahteva se znatno veći napor pre svega u iznalaženju odgovarajućih podataka.

Drugi problem sastoji se u merenju proizvoda, koji treba da bude izražen preko homogenih fizičkih jedinica. Najčešće se proizvod izražava kao vrednosni agregat, mada su u nekim istraživanjima korišćeni podaci o indeksima fizičkog obima proizvodnje. Kao najadekvatniji agregat najčešće se upotrebljava društveni proizvod. Sličan agregat — nacionalni dohodak se takođe može koristiti. Ove veličine se mogu agregirati na svim nivoima jer predstavljaju onaj deo vrednosti koji je rezultat proizvodnih faktora određene grane ili sektora. Ovi statistički agregati mogu se izraziti pomoću različitih sistema vrednovanja u zavisnosti od toga da li se uzimaju u obzir

stvarne ili stalne cene. Kod agregiranja proizvoda javljaju se poznati problemi teorije indeksnih brojeva. Treba istaći da sa teorijskog aspekta ni ovi problemi nisu rešeni na potpuno zadovoljavajući način. Po pravilu usvojena pretpostavka da cela privreda proizvodi samo jedan homogeni proizvod koji može predstavljati i investiciono i potrošno dobro sadrži veoma jako pojednostavljenje stvarnosti.

Kad su u pitanju proizvodni fondovi, problem agregiranja postaje izuzetno komplikovan i sva dosadašnja rešenja ovog problema teško zadovoljavaju sve teorijske i analitičke kriterije koji se pred njih postavljaju. I pored veoma različitih stavova postoji visok stepen saglasnosti u tome da opštu definiciju i meru kapitala kao proizvodnog faktora nema smisla tražiti. Postoje naime razne praktične definicije i mere koje se koriste u zavisnosti od istraživanih problema. Pa i kad bi postojala privreda u kojoj bi sve mašine bile identične tokom vremena i za koju bi idealnu meru kapitala predstavljao broj homogenih mašina, problemi kvantifikacije kapitala ne bi bili otklonjeni. Naime, u različitim periodima bi stepen korišćenja kapaciteta bio različit u zavisnosti od opštih privrednih kretanja. U fazama usporavanja privrede neke mašine ne bi bile u potpunosti korišćene. To odmah ukazuje na potrebu da ono što kao argument proizvodne funkcije treba da figuriše jeste obim usluga kapitala. Osnovna sredstva, kao što je istaknuto, predstavljaju varijablu sa karakterom fonda. Ona su angažovana u punom obimu u raznim proizvodnim procesima u kojima postižu određene efekte. Njihov stvarni efekat se meri tokom proizvodnih usluga koje pružaju. Međutim, ne postoji opšteprihvaćena mera za izračunavanje tokova proizvodnih usluga. R. Solow predlaže meru za korigovanje fonda kapitala procentualnim učešćem broja zaposlenih u ukupnoj radnoj snazi (II, str. 353). U privredama u kojima stepen nezaposlenosti odražava opšta kretanja ova mera se može primeniti. Međutim, ni tada ovakve korekcije u pogledu korišćenja kapaciteta nisu u skladu sa realnošću. Polazeći od individualnog preduzeća, uočava se da veza između korišćenja fonda radne snage i kapitala ne mora da bude toliko čvrsta. Troškovi korišćenja viška mašina su manji od troškova koje bi prouzrokovalo zapošljavanje nezaposlenih. Prema tome, može se očekivati da se korišćenje kapitala ne smanjuje u istoj meri u kojoj se nezaposlenost povećava. Kritiku metoda Solowa kao i predlog za nova merenja dao je pored ostalih i B. Massel (15, str. 23).

Ranije je istaknuto da bi definicija kapitala koji figuriše u proizvodnoj funkciji trebalo da se odnosi na proizvodne usluge koje kapital pruža. S tim u vezi potrebno je ukratko se osvrnuti na dve moguće interpretacije proizvodne funkcije (1, str. 41). Količina proizvodnje koja rezultira iz angažovanja ukupnog raspoloživog fonda radne snage i osnovnih sredstava označava potencijalnu proizvodnju. S druge strane, korišćeni deo radne snage i osnovnih sredstava u okviru raspoloživih fondova imaju za rezultat stvarnu proizvodnju. Uočava se neophodnost primene podataka o korišćenju kapaciteta u analizama proizvodnih funkcija. Nažalost, obično se ne raspolaže pouzdanim podacima o korišćenju kapaciteta i stoga se oni u ocenjivanju parametara funkcije koriste u celosti.

Kako su za proizvodnu funkciju relevantni tokovi proizvodnih usluga koje stvaraju proizvodni fondovi, to se u izboru odgovarajućih vrednosnih agregata od dveju alternativa — neto i bruto vrednosti proizvodnih fondova — po pravilu odlučuje za potonju. Neto vrednost odražava preostalu vrednost

proizvodnih fondova po odbitku amortizacije i samim tim ne odražava njihovu stvarnu dotrajalost. Mašine koje se koriste već nekoliko godina, svake godine pružaju iste proizvodne usluge, bez obzira na njihovu neto vrednost. A kako je u proizvodnoj funkciji proizvod funkcija ne preostale vrednosti proizvodnih fondova već njihovog kvantiteta, to su korišćenjem bruto vrednosti proizvodni fondovi adekvatnije zastupljeni. Potrebno je međutim imati u vidu da je efikasnost pojedinih kategorija ovih fondova opadajuća funkcija vremena. U praktičnim analizama često su korišćeni podaci o neto vrednosti kapitala. Na taj način uslovljena pristranost verovatno nije velika ukoliko starosna struktura fonda sredstava nije izuzetno neregularna (15, str. 23).

Pored napred analiziranih teškoća u merenju proizvodnih efekata kapitala najozbiljnije teškoće se javljaju u svodenju raznih kategorija kapitala na jedinstveni vrednosni pokazatelj. Raspoloživi fond sredstava sastoji se od veoma velikog broja različitih i heterogenih elemenata sa različitim vekom trajanja kao i različitim stepenom istrošenosti. Pored problema indeksnih brojeva ovde se agregiranje otežava i time što se obuhvataju sredstva koja su proizvedena u različitim periodima pod veoma različitim tehnološkim i privrednim uslovima. Promene u tehnologiji mogu rezultirati u promenama u samoj proizvodnji sredstava kao i u promenama u kvalitetu sredstava. U merenju osnovnih sredstava potrebno je izraziti promene u kvalitetu preko promena u kvantitetu sredstava. Za sumarno izražavanje svih karakteristika proizvodnih fondova upotrebljavaju se vrednosni pokazatelji. Postoje razne mogućnosti izražavanja na bazi različitih vrednosnih pondera koje se mogu svrstati u dve grupe (10, str. 8). Prvu grupu predstavljaju oni stavovi koji se svode na troškovni aspekt proizvodnih fondova, tj. koji njihove nabavne cene uzimaju za vrednosne pondere. U drugoj grupi se težište stavlja na upotrebnu vrednost fondova a njihova vrednost se ocenjuje na osnovu kapitalizacije budućih profita.

Iz ovih razmatranja proizilazi da kod merenja proizvodnih fondova postoje mnogi konceptijski kao i statistički problemi koji nisu u potpunosti rešivi, tako da se u empirijskim istraživanjima koriste razne vrste aproksimacija, što svakako treba imati u vidu kada se interpretiraju rezultati relevantnih istraživanja. Izlaz iz veoma složenog problema agregiranja kapitala nađen je u njegovom dekomponovanju na razne kategorije u teoriji tehničkog progressa. Pri tome se razne kategorije kapitala pojavljuju kao argumenti u proizvodnoj funkciji i njihov doprinos se posebno ispituje. Time se međutim i analiza komplikuje zbog statističkih teškoća u iznalaženju odgovarajućih podataka. Treba istaći da modeli sa opredmećenim tehničkim progressom doprinose boljem osvetljavanju i same uloge tehničkog progressa u privrednom razvoju.

Problemi agregiranja u teoriji proizvodnje

Postoji veoma ozbiljan raskorak između rigorozne ekonomske teorije i veoma pojednostavljenog načina na koji se privredni sistem, odnosno razne relacije tog sistema empirijski analiziraju (12, str. 1). Aksiomatski zasnovane teorije u ekonomiji objašnjavaju ponašanje individualnih jedinica — potrošača ili proizvođača. S druge strane, empirijska istraživanja su po pravilu izrazito globalnog karaktera, odnosno razmatraju ponašnje skupova tih jedi-

nica. To znači da se u ispitivanju relacija na višim nivoima postavlja pitanje odnosa konkretne funkcionalne veze na mikro nivou i veze koja se za jedan viši nivo analizira. Ukoliko se pokaže da odnos tih veza nije najadekvatniji, potrebno je iznaći takvu povezanost da se respektuju određeni kriteriji optimalnosti. Tada se problem svodi na iznalaženje odgovarajućih kriterija. Ovi problemi se razmatraju u okviru teorije agregiranja. Znači, suština problema agregiranja relacija koja sadrži mikroekonomska teorija jeste u iznalaženju odgovarajuće relacije na makro nivou. Pri tome se polazi od poznate funkcionalne veze na mikro nivou, koja sadrži varijable na tom nivou kao i odgovarajuće parametre. Agregiranjem ovih varijabli dobijaju se agregatni odnosno makroekonomske varijable, koje su, prema tome, funkcija varijabli na mikro nivou. Makroekonomska teorija, sa druge strane, određuje relacije između agregata, koje su specificirane određenim brojem parametara na tom nivou. Ono što predstavlja sustinsko pitanje teorije agregiranja jeste: da li funkcionalna veza na makro nivou odgovara funkcionalnoj vezi utvrdjenoj u mikroekonomskoj teoriji i prema tome koji kriteriji moraju biti ispunjeni da bi agregiranje bilo opravdano.

Kako je proizvodna funkcija relacija mikroekonomske analize, to se problemi agregiranja odnosno ispitivanja funkcionalne veze na makro nivou, javljaju u svojoj punoj oštirini. Prvu sistemsku razradu problema agregiranja proizvodne funkcije dao je L. Klein (4, str. 22). On je razradio metod agregiranja individualnih opservacija pomoću koga se obezbeđuje da proizvodna funkcija ispuni dva uslova.

Prvo, ako postoji proizvodna funkcija na mikro nivou, odgovarajuća funkcionalna veza treba da opisuje i odnose između agregatne proizvodnje i utrošaka. Drugo, ako za pojedinačna preduzeća važi uslov maksimiziranja profita — što znači da se pod pretpostavkom savršene konkurencije na tržištu vrednost marginalnog proizvoda svakog faktora izjednačuje sa njegovom cenom — isti uslov treba da zadovolje i marginalni proizvodi dobiveni na osnovu funkcionalne veze između ukupnih veličina. Ukoliko je proizvodna funkcija na nivou preduzeća Cobb-Douglasovog tipa pokazano je da je za zadovoljenje gornjih uslova potrebno da podaci o agregatnoj proizvodnji i utrošcima predstavljaju geometrijske sredine odgovarajućih varijabli na mikro nivou. U postupku geometrijskog agregiranja varijabli ponderi treba da budu proporcionalni elastičnostima proizvodnje preduzeća. A elastičeti agregatne proizvodne funkcije predstavljaju ponderisani prosek elastičeta funkcija na mikro nivou, pri čemu su ponderi proporcionalni troškovima faktora.

U svojoj analizi problema agregiranja A. Nataf je pošao od dva uslova (13, str. 508). Pre svega on pretpostavlja da agregatne veličine treba da zavise od odgovarajućih mikrovarijabli. Pored toga, između agregatnih veličina mora postojati određena matematička veza koja važi i za sve relacije promenljivih na mikro nivou. U radu je pokazano da proizvodna funkcija koja zadovoljava ove uslove treba da bude aditivno separabilna. To znači da se količina proizvodnje može izraziti kao zbir funkcija utrošaka rada i kapitala. Od dobro poznatih funkcija koje se u makroekonomskim istraživanjima primenjuju proizvodna funkcija sa fiksnim koeficijentima je aditivno separabilna. Cobb-Douglasova funkcija $Q = R^\alpha K^\beta$ zadovoljava uslov aditivne separabilnosti posle logaritamske transformacije, tj.

$$\log Q = \beta \log K + \alpha \log R \quad (1)$$

Funkcija sa konstantnom elastičnošću supstitucije, tzv. CES funkcija (2), $Q = \gamma [\delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$ u sledećem obliku zadovoljava uslove koje Nataf u agregiranju postavlja

$$\gamma^{\rho} Q^{-\rho} = \delta K^{-\rho} + (1-\delta) R^{-\rho} \quad (2)$$

U praktičnom radu, međutim, problem agregiranja otežava činjenica da su podaci o ukupnim veličinama aritmetički procesi odgovarajućih varijabli na nižim nivoima, dok predloženi sistemi agregiranja polaze od geometrijskih proseka. Koristeći funkcije koje su napred spomenute i podatke o aritmetičkim prosecima, odnosno aproksimacije geometrijskih proseka, uvodi se mogućnost pojavljivanja grešaka i pristrasnih ocena. A. Walters pri tome ističe sledeće: ukoliko su odstupanja od sredine relativno mala može se pokazati da između geometrijske i aritmetičke sredine postoji sledeća veza

$$G = X \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{X^2} \right) \quad (3)$$

Iz ove formule se vidi da aritmetička sredina sadrži u sebi relativnu pristrasnost naviše, koja iznosi polovinu relativne varijanse. To znači da ukoliko bi relativne varijanse promenljivih (proizvodnje, kapitala i rada) bile približno iste, relativne pristrasnosti bi takođe bile iste. Pri tome ne treba ispustiti iz vida da je pretpostavka relacije (3) da odstupanja od srednjih vrednosti ne budu velika, što u praksi po pravilu nije slučaj.

H. Theil je posebno izučavao uticaj agregiranja na ocene parametara (13, str. 27—38). Pri datoj relaciji na mikro nivou i datoj formi agregiranja ispituje se opravdanost uspostavljanja odgovarajuće relacije između agregatnih pokazatelja. Cobb-Douglasova proizvodna funkcija u logaritamskom obliku za i -to preduzeće je sledećeg oblika

$$q_i = \alpha_i r_i + \beta_i k_i + q_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

gde su varijable q_i , r_i i k_i logaritmi količine proizvodnje, rada i kapitala. Prema tome $q_i = \log Q_i$, $r_i = \log R_i$ i $k_i = \log K_i$. Odgovarajući oblik makroekonomske proizvodne funkcije do koje se želi doći jeste

$$q = \alpha r + \beta k + a + \varepsilon \quad (5)$$

u kojoj q , r i k predstavljaju agregatne vrednosti. Pretpostavlja se da između varijabli na mikro nivou i ukupnih veličina postoje određene veze koje su date regresionim jednačinama. One opisuju zavisnost utrošaka na nivou preduzeća od agregatnih utrošaka. To su sledeće jednačine:

$$r_i = B_{rr} r + C_{ri} k + D_{ri} + U_{ri} \quad (6)$$

$$k_i = B_{ki} r + C_{ki} k + D_{ki} + U_{ki} \quad (7)$$

Regresioni koeficijenti B i C opisuju kako se sa promenom agregatnih varijabli menjaju varijable na nivou preduzeća. Iz jednačine (6) slede ove veze između koeficijenata:

$$\sum_i B_{ri} = 1 \quad \sum_i C_{ri} = 0 \quad \sum_i D_{ri} = 0 \quad (8)$$

Koeficijenti druge jednačine (7) zadovoljavaju slične uslove

$$\sum_i C_{ki} = 1 \quad \sum_i B_{ki} = 0 \quad \sum_i D_{ki} = 0 \quad (9)$$

Zamenom odgovarajućih izraza za r_i i k_i iz (6) i (7) u proizvodnu funkciju na mikro nivou i sabiranjem proizvodnje svih jedinica dobijamo agregatnu proizvodnu funkciju.

$$\sum_i q_i = \sum_i (\alpha_i B_{ri} + \beta_i B_{ki}) r + \sum_i (\alpha_i C_{ri} + \beta_i C_{ki}) k + \sum_i (\alpha_i D_{ri} + \beta_i D_{ki}) \quad (10)$$

koja je funkcija Cobb-Douglasovog tipa

$$q = \alpha r + \beta k + a \quad (11)$$

Sada je od interesa uspostaviti veze između parametara agregirane funkcije i parametara funkcija na nivou preduzeća. Kako su izrazi (10) i (11) identični, jer se odnose na istu agregatnu funkciju, može se napisati

$$\alpha = \sum_i \alpha_i B_{ri} + \sum_i \beta_i B_{ki} \quad (12)$$

Prvi član na desnoj strani jednačine se može napisati u vidu sledeće jednakosti

$$\sum_i \alpha_i B_{ri} = n \left\{ \frac{1}{n} \sum_i \alpha_i B_{ri} - n \bar{\alpha} \bar{B}_r \right\} + \alpha \quad (13)$$

što se svodi, uzimajući $\bar{B}_r = \frac{1}{n}$ iz (8), na sledeći izraz

$$\sum_i \alpha_i B_{ri} = \bar{\alpha} + n \text{cov} (\alpha_i B_{ri}) \quad (14)$$

Analogno gornjem postupku drugi član iz (12) postaje

$$\sum_i \beta_i B_{ki} = n \text{cov} (\beta_i B_{ki}) \quad (15)$$

Prema tome, parametri, α , β i a agregatne funkcije su dati sledećim relacijama

$$\alpha = \bar{\alpha} + n \{ \text{cov} (\alpha_i B_{ri}) + \text{cov} (\beta_i B_{ki}) \}$$

$$\beta = \beta + n\{\text{cov}(x_i, C_i) + \text{cov}(\beta_i, C_{ki})\} \quad (16)$$

$$a = n\{a + \text{cov}(x_i, D_i) + \text{cov}(\beta_i, D_{ki})\}$$

Uočava se da je pristrasnost parametara prouzrokovana agregiranjem izražena nekim članovima koji se odnose na kovarijanse. Kako vrednosti odgovarajućih kovarijansi nisu merljive, kvantifikaciju pristrasnosti nije moguće utvrditi.

Na rešenju problema agregiranja relativno se malo radilo iako se ima u vidu njegov izvanredan značaj i složenost. S obzirom da agregiranje zadire u veoma složene i nedovoljno ispitane odnose mikro i makroekonomske teorije, nerealno je očekivati da će brzo biti dobijena zadovoljavajuća teorijska rešenja. S druge strane, kvalitet statističkih podataka ne zadovoljava kriterije koje agregiranje zahteva. Tako da određene pristrasnosti koje se na taj način javljaju treba imati u vidu. Međutim, sve više preovlađuje stav da se u makroekonomskim istraživanjima funkcionalne veze na bazi aritmetičkih sredina ne razlikuju značajno od onih na osnovu geometrijskih proseka.

Ekonometrijske implikacije korišćenja različitih izvora podataka u ocenjivanju proizvodne funkcije

Pojam proizvodne funkcije kao precizne matematičke relacije je relativno nov i prvi put se pojavljuje u eksplicitnom formulisanju marginalističke teorije u XIX veku. Međutim, početak sadašnje faze teorije proizvodnje i proizvodnih funkcija predstavlja 1928. godina, kada je objavljeno prvo empirijsko istraživanje C. Cobba i P. Douglasa (5). Od tada se pojavio čitav niz veoma interesantnih radova u vidu empirijskih i teorijskih doprinosa ovoj oblasti i to pre svega za industrijski sektor i za celu privredu bez poljoprivrede. Postoji međutim obimna stručna literatura i za oblast poljoprivrednih funkcija, koje imaju neke specifične karakteristike. U poljoprivredi je omogućeno organizovanje kontrolisanih eksperimenata, što je svakako velika prednost u empirijskoj analizi odgovarajućih funkcija (4, str. 19). Pored toga ovde se i uzorci formiraju mnogo lakše nego u industriji.

U veoma impresivnom broju istraživanja o agregatnim proizvodnim funkcijama korišćeni su različiti podaci na različitim nivoima agregiranja pa se prema tome ta istraživanja mogu svrstati u tri različita tipa analize (9, str. 8). Prvi tip istraživanja se zasniva na vremenskim serijama i obuhvata jednu zemlju. Ova vrsta regresione analize ima neke ozbiljne nedostatke. Pre svega, sukcesivne opservacije posle izvesnog vremenskog intervala mogu se odnositi na različite proizvodne funkcije zbog promena u tehnologiji proizvodnje do kojih tokom vremena dolazi. Na taj način, opservacije sadrže u sebi i efekte promena u cenama faktora proizvodnje i efekta tehnoloških promena. To znači da odražavaju kako pomeranja po istoj proizvodnoj funkciji tako i promene same proizvodne funkcije. Drugi veliki problem u analizama na bazi vremenskih serija predstavlja problem multikolinearnosti, tj. visoke uzajamne koreliranosti nezavisnih promenljivih. S obzirom da se podaci o fondu radne snage i osnovnim sredstvima po pravilu menjaju zajedno u vremenu, oni nisu dovoljno raspršeni da bi omogućili ocenjivanje parametara proizvodne površine.

Drugi tip istraživanja ima za svoju osnovu podatke statističkih preseka (cross-section) u okviru pojedinih zemalja. Korišćene su često industrijske grane kao jedinice u ocenjivanju funkcije celokupne industrije. Odmah treba istaći dva značajna nedostatka tih istraživanja. Pre svega uzimanjem grane za opservacije implicitno se prihvata jedna neprihvatljiva pretpostavka, tj. da se sve grane mogu predstaviti istom proizvodnom funkcijom. Već se na osnovu tehnoloških razmatranja može zaključiti da nema osnove za verovanje da se u svim granama sa istom lakoćom mogu supstituirati faktori. U tom slučaju bi, pod pretpostavkom tržišnog ponašanja, sve grane kombinovale faktore u istoj proporciji, što svakako nije tačno. Isto tako je neodrživa pretpostavka da se proizvodna površina industrije sastoji od tačaka, od kojih svaka predstavlja jednu granu. Na ovaj način ocenjene funkcije nemaju normativnu vrednost i ne predstavljaju osnovu za predviđanja. Da bi raspolagale tim svojstvima potrebno je da ispune sledeći uslov: sa povećanjem proizvodnje proizvodna površina bi morala proći kroz tačke koje se odnose na pojedine grane u istom redu i otprilike na relativno istim nivoima u budućnosti kao što je to bilo u godini za koju je analiza vršena.

Drugu vrstu analiza na osnovu statističkih preseka u jednoj zemlji predstavljaju regionalni podaci. U ovim analizama se javljaju takođe određeni problemi koji se pre svega manifestuju u malom broju opservacija. Pored toga relativno mali raspon u cenama faktora ima za posledicu da su razlike u faktorskim proporcijama takođe male. Sve to ima za posledicu nesigifikantne ocene.

Prema mišljenju Minhasa treći tip istraživanja predstavlja osnove za dobijanje najboljih rezultata i to kako sa ekonomsko-teorijskog tako i sa ekonometrijskog stanovišta. Ove studije se baziraju na podacima statističkih preseka i u ocenjivanju proizvodnih funkcija grana koriste podatke iz različitih zemalja. Kao prednosti ovih analiza ističu se sledeće činjenice: Polazi se od pretpostavke da je tehnologija u raznim granama različita, što odgovara realnosti. Tehnološka znanja u datom periodu su ista, što znači da opservacije ne odražavaju efekte promena nastalih usled promena tehnologije. Prema tome, u pitanju su pomeranja duž iste proizvodne funkcije. I na kraju razlike u nezavisnim promenljivim su značajne zbog razlika u cenama i tržišnim strukturama raznih zemalja, a to ima za posledicu pouzdanost statističkih ocena. Prema tome, analize na osnovu statističkih preseka po zemljama, tj. odgovarajući podaci, mogu aproksimirati izokvante koje zadovoljavaju postulate neoklasične teorije. Pri tome različite tehnike, odnosno faktorske proporcije objašnjavaju se razlikom u odnosu njihovih cena, ali se one nalaze na istoj izokvanti.

Statističko ocenjivanje regresije na osnovu jedne jednačine

Parametri alternativnih oblika proizvodnih funkcija mogu se ocenjivati na osnovu jedne regresione jednačine kao i na osnovu modela simultanih jednačina. Problemi statističkog ocenjivanja se razlikuju u zavisnosti od specifikacije modela. Metodi ocenjivanja jednačina kao i sistema simultanih jednačina koji su linearni (ili linearni u logaritamskom obliku) u ekonometrijskoj literaturi su detaljno razrađeni. Karakteristike ocena i njihove asimptotske osobine dobro su poznate. To znači, da je u praktičnim analizama

koje se zasnivaju na linearnoj regresiji omogućeno donošenje pouzdanih zaključaka. Iz toga, međutim, ne sledi da se u statističkom ocenjivanju parametara ne javljaju određeni problemi. Ako pođemo od proizvodne funkcije definisane na nivou preduzeća, uočavamo da se jedan veoma značajan, nemerljiv faktor, preduzetništvo ne pojavljuje kao argument u proizvodnoj funkciji. Pored toga, mnoge druge varijable, kao na primer promene u društvenim i ekonomskim karakteristikama sistema takođe nisu merljive i prema tome nisu ni uključivane kao argumenti u proizvodnu funkciju. Izostavljanjem ovih varijabli iz jednačine ocenjeni regresioni koeficijenti postaću pristrasni. Efekat ispuštenih varijabli na ocene parametara posebno su ispitali H. Theil i Z. Griliches (4, str. 26). Pretpostavimo proizvodnu funkciju sa dve eksplanatorne varijable koja ima oblik Cobb-Douglasove funkcije dat sa (1). Neka je ispuštena varijabla označena sa M . Koeficijent korelacije između varijabli $\log Q$ i $\log R$ označen je sa r_{QR} . Analogno tome su definisani koeficijenti korelacije r_{QM} , r_{RM} , r_{MK} i r_{MR} . Standardne devijacije varijabli označene su sa S_M , S_K i S_R . Ocene parametara α i β na bazi metoda najmanjih kvadrata su $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$. Tada se može pokazati da između parametara i njihovih ocena važe sledeće relacije (7, str. 57).

$$\alpha - \hat{\alpha} = \frac{(r_{MR} - r_{MK} r_{KR}) S_M}{(1 - r_{KR}^2) S_R} \quad (17)$$

$$\beta - \hat{\beta} = \frac{(r_{MK} - r_{MR} r_{KR}) S_M}{(1 - r_{KR}^2) S_K}$$

Pretpostavljajući da su α , β , $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ pozitivni parametri — to su elasticiteti proizvodnje s obzirom na utroške — zaključujemo da ispuštanjem varijable M ocene postaju pristrasne naviše ukoliko su zadovoljene sledeće nejednakosti:

$$r_{MR} > r_{MK} r_{KR} \quad (18)$$

$$r_{MK} > r_{MR} r_{KR}$$

U suprotnom slučaju postoji pristrasnost naniže. Istovremeno je moguće da oba parametra budu pristrasna naviše. No u slučaju pristrasnosti naniže u oceni jednog parametra drugi parametar ne može sadržati pristrasnost istog smera. Pristrasne ocene kao rezultat ispuštanja nekih eksplanatornih varijabli javljaju se u mnogim empirijskim istraživanjima i opšte rešenje ovog problema do sada nije dato. Ukoliko je korelaciona veza između uključenih i izostavljenih varijabli relativno stabilna, primena dobivenih parametara u predviđanjima ne mora da sadrži velike greške (4, str. 26). Na primer, ako je prva nejednakost u (18) zadovoljena i u budućnosti i pored toga što će $\hat{\alpha}$ biti veći od α , α će da sadrži u sebi kombinovane efekte porasta i varijabli M i R .

Drugu vrstu problema, i to u regresijama na bazi vremenskih serija, predstavlja multikolinearnost. Istaknuto je već i ranije da zbog značajne međusobne povezanosti varijabli postaje veoma otežano ako ne i nemoguće ispitati njihove uticaje i dobiti smislene precizne ocene. Kako je veza između kapitala i rada po pravilu veoma čvrsta, to se problem multikolinearnosti ja-

vlja u ocenjivanju parametara proizvodne funkcije. Mogući izlaz iz ove situacije sadržan je u kombinovanju analize vremenskih serija i statističkih preseka. Na osnovu analize statističkih preseka mogu se dobiti ocene za jedan od traženih parametara. Tako dobijena numerička vrednost uvrštava se u polaznu jednačinu pa se smanjuje i broj parametara koji se ocenjuju i njihove standardne greške. Ostaju, međutim, teškoće u specifikaciji kao i u tumačenju dobivenih veza (7, str. 207). U praksi se najčešće prihvataju neka kompromisna rešenja i po pravilu se multikolinearnost ne smatra značajnim problemom pod uslovom da su dobivene ocene sa stanovišta ekonomske teorije opravdane. Ukoliko je cilj da se na bazi ocena vrši predviđanje, multikolinearnost ne predstavlja tako ozbiljan problem ako se očekuje da će varijable i dalje ostati u sličnoj međusobnoj povezanosti.

Modeli proizvodnje na bazi simultanih jednačina i problemi ocenjivanja

Određena matematička relacija kao opis neke pojave u privredi, bez obzira na nivo agregiranja predstavlja samo jednu vezu sistema međusobno povezanih ekonomskih fenomena. Stoga ocene parametara jedne izolovano posmatrane jednačine na bazi metoda najmanjih kvadrata sadrže poznatu pristrasnost simultanih jednačina. To znači da ocenjena jednačina može predstavljati kako proizvodnu funkciju, tako i funkciju tražnje rada ili funkciju tražnje kapitala, što su prvi istakli J. Marschak i W. Andrews (8, str. 143—205). Međutim, nisu u svakom slučaju ocene na osnovu jedne regresione jednačine lošije u odnosu na ocene na bazi simultanih jednačina. Njihova relativna preciznost u poređenju sa simultanim jednačinama može da kompenzira spomenutu pristrasnost. I ovde su doprinosi H. Theila u razvijanju ekonometrijske tehnike veoma dragoceni. On je u velikom broju slučajeva pokazao da je zbir apsolutne vrednosti pristrasnosti i dvostruke vrednosti odgovarajuće standardne greške manji od dvostruke vrednosti standardne greške odgovarajuće ocene na bazi metoda dvostepenog najmanjeg kvadrata. Izbor modela, prema tome, mora da zavisi od nekoliko faktora. To su prvenstveno svrhe u koje će se ocene koristiti, raspoloživost zahtevanih podataka, relativne greške na koje ukazuje Theil itd. Mnogobrojna praktična istraživanja ukazuju na opasnost a priori prihvatanja superiornosti modela simultanih jednačina (4, str. 27). Istaknuto je da ukoliko cilj analize sadrži potrebe predviđanja buduće proizvodnje na osnovu raspoloživih količina utrošaka, korišćenje jedne regresione jednačine pružaće adekvatne informacije. Ako je međutim svrha istraživanja utvrđivanje efekata raznih ekonomsko-političkih mera na proizvodnju i utroške, tada je neophodno oceniti strukturalne parametre sistema. Ako je poznata redukovana forma modela, najbolji put za iznalaženje ocena strukturalnih parametara se sastoji u prvenstvenom dobijanju koeficijenata redukovanе forme, što isto tako sadrži i uticaj egzogenih varijabli na proizvodnju i utroške. Ove ocene mogu se upoređivati sa ocenama dobijenim direktnim putem i ujedno predstavljati test konzistentnosti statističke specifikacije (16, str. 17).

Prvi probalistički model simultanih jednačina za proizvodnu funkciju, koji se smatra tradicionalnim prikazivanjem modela proizvodnje, formulisali su Marschak i Andrews. Prema teoriji preduzeća proizvodnja, angažovani utrošci i profit (dobit) determinisani su proizvodnom funkcijom, definicijom i us-

lovima maksimiziranja profita. U slučaju Cobb-Douglasove funkcije model proizvodnje je:

$$\begin{aligned} Q &= A R^\alpha K^\beta \\ \pi &= pQ - wR - rK \\ \frac{\partial \pi}{\partial R} &= 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial \pi}{\partial K} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Ovaj deterministički model je bitno promenjen uvođenjem elementa stohastičkog odstupanja u radu spomenutih autora. Pretpostavka modela je da preduzeće maksimizira profit i da proizvodna funkcija nije stohastička. Deterministički model uvođenjem stohastičkog odstupanja poprima stohastički karakter. Model je dat sledećim sistemom jednačina:

$$\begin{aligned} x_{0i} - \alpha x_{1i} - \beta x_{2i} &= \lambda_0 + v_{0i} \\ x_{0i} - x_{1i} &= \lambda_1 + v_{1i} \\ x_{0i} - x_{2i} &= \lambda_2 + v_{2i} \end{aligned} \quad (20)$$

gde i označava i -to preduzeće, $x_{0i} = \log Q_i$, $x_{1i} = \log R_i$, $x_{2i} = \log K_i$, $\lambda_0 = \log A$. Stohastičke članove predstavljaju v_{0i} , v_{1i} i v_{2i} . Pretpostavlja se da su njihove sredine i varijanse jednake nuli, za razliku od kovarijansi. Parametri λ_1 i λ_2 imaju sledeće značenje

$$\lambda_1 = \log \frac{wR_1}{p\alpha} \quad \text{i} \quad \lambda_2 = \log \frac{rR_2}{p\beta} \quad (21)$$

Kako je pretpostavka analize da su cene proizvoda i faktora iste za sva preduzeća sledi da su vrednosti λ_1 i λ_2 za sva preduzeća iste. Parametre R_1 i R_2 uveo je I. Hoch za eventualno odstupanje preduzeća od uslova prvog reda u procesu maksimiziranja profita (5, str. 566—578). Ukoliko je $R_1 = R_2 = 1$ takvih sistematskih grešaka nema.

Prva jednačina u sistemu (20) predstavlja Cobb-Douglasovu proizvodnu funkciju sa stohastičkim članom

$$\log Q_i - \alpha \log R_i - \beta \log K_i = \log A + v_{0i} \quad (22)$$

Druga i treća jednačina sadrže potrebne uslove za maksimiziranje profita. Uzmimo u razmatranje drugu jednačinu determinističkog tipa

$$\log Q_i - \log R_i = \log \frac{wR_1}{p\alpha} \quad (23)$$

Vidimo da se ona može napisati kao

$$\log \frac{Q_i}{R_i} = \log \frac{wR_i}{p\alpha} \quad (24)$$

Antilogaritmiranjem i zamenom $\alpha = \frac{Q_{iR}}{Q_i/R_i}$ dobijamo

$$pQ_{iR} = wR_i \quad (25)$$

gde pQ_{iR} predstavlja vrednost marginalnog proizvoda rada.

Za $R_1 = R_2 = 1$ dobijamo potrebne uslove za maksimiziranje profita kada institucionalni ili neki drugi faktori ne stvaraju sistematske greške u pogledu zadovoljavanja tog uslova od strane i -tog preduzeća. Stohastički članovi, sa druge strane, v_{1i} i v_{2i} imaju za cilj da omoguće pojavu slučajnih, nesistematskih grešaka kod preduzeća u njihovom nastojanju da svojim poslovanjem zadovolje potrebne uslove.

Treći slučajni element u modelu je v_{0i} čiji sadržaj prema A. Zellneru, J. Kmenti i J. Drèzeu nije tako eksplicitno dat. Autori modela predstavili su ga kao »tehničku efikasnost« koja zavisi od tehnološkog znanja, nastojanja i sreće proizvođača. Međutim, Zellner, Kmenta i Drèze u razjašnjenju uloge člana v_{0i} predlažu sledeće: kako su α i β parametri koji važe za sva preduzeća,

jedino član $A_i = A_0 e^{v_{0i}}$ varira, pri čemu A_0 takođe predstavlja zajednički parametar a v_{0i}^* stohastički član (16, str. 325). Pod Pretpostavkom $E v_{0i}^* = 0$

0 sledi $v_{0i} = v_{0i}^* + v_{0i}^*$, gde je v_{0i}^* dodatni slučajni član ($E v_{0i}^* = 0$) koji se odnosi na sreću itd. Ukoliko se prihvata ovo tumačenje člana v_{0i} , proizvodna funkcija i funkcija profita biće stohastičke za proizvođača i pored toga što poznaje parametar A_i . Stoga se zaključuje da razlog za pretpostavku determinističkog maksimiziranja profita, koji je dat u tradicionalnom modelu, nije konzistentan sa ovim sadržajem člana v_{0i} .

A. Zellner, J. Kmenta i J. Drèze konstruisali su novi model za Cobb-Douglasovu funkciju. Jedna od osnovnih pretpostavki modela je identičnost oblika i parametara proizvodne funkcije za sva preduzeća. U proizvodnu funkciju uključen je stohastički član u_{0i} koji predstavlja uticaj vremena i nepredvidljivih kretanja u učinku proizvodnih utrošaka.

$$Q_i = AR_i^\alpha K_i^\beta e^{u_{0i}} \quad (26)$$

Svaka data kombinacija utrošaka ima za rezultat neizvesnu količinu proizvodnje i prema tome i neizvestan profit. Ova činjenica menja iz osnovne problem maksimiziranja profita pošto proizvođač nije u stanju da maksimizira nešto što je neizvesno i van njegove kontrole. U skladu s tim se pretpostavlja da proizvođač maksimizira očekivanu vrednost profita. Za cene proizvoda, rada i kapitala p , w i r pretpostavljeno je da su ili date i poznate ili nezavisne od stohastičkog člana u proizvodnoj funkciji. Očekivane cene za i -to preduzeće su p_i^e , w_i^e i r_i^e . Uslovi za maksimiziranje profita su prema tome:

$$\frac{\partial E(\pi)}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial E(\pi)}{\partial K} = 0 \quad (27)$$

a funkcija profita je

$$E(\pi) = p^{\alpha} E(Q) - wR - rK \quad (28)$$

Ukoliko su stohastička odstupanja normalno raspoređena sa varijansom σ_u , imamo

$$E(Q) = AR^{\alpha} K^{\beta} e^{\sigma_u^2} \quad (29)$$

Pored stohastičkog elementa u proizvodnoj funkciji, u model je uključen i stohastički član za odstupanje realne situacije od uslova koje propisuje maksimiziranje profita prouzrokovano greškama rukovođenja preduzećem. Drugi izvor odstupanja od ovih uslova je razlika između očekivanih i stvarnih cena, koja je data sledećom vezom

$$\log \left(\frac{w}{p} \right) = \log \left(\frac{w}{p} \right) + u_{1t} \quad (30)$$

$$\log \left(\frac{r}{p} \right) = \log \left(\frac{r}{p} \right) + u_{2t}$$

Stvarne cene su p , w i r , dok su u_{1t} i u_{2t} stohastička odstupanja. A odstupanja koja rezultiraju iz grešaka rukovođenja označena su u_{1t}^* i u_{2t}^* . Stohastički članovi su međusobno povezani na sledeći način: $u_{1t} = u_{1t}^* + u_{1t}^{\dagger}$ i slično tome $u_{2t} = u_{2t}^* + u_{2t}^{\dagger}$. Sa ovim izmenama tradicionalni model dobija sledeći oblik

$$\begin{aligned} x_{0t} - \alpha x_{1t} - \beta x_{2t} &= \alpha_0 + u_{0t} \\ x_{0t} - x_{1t} &= k_1 + u_{0t} + u_{1t} \\ x_{0t} - x_{2t} &= k_2 + u_{0t} + u_{2t} \end{aligned} \quad (31)$$

Kao i u prethodnom modelu $\log A = \alpha_0$. Međutim, k_1 i k_2 se razlikuju od λ_1 i λ_2 .

$$k_1 = \log \left(\frac{wR_1}{pZ} \right) - \frac{1}{2} \sigma_u \quad \text{i} \quad k_2 = \log \left(\frac{rR_2}{pZ} \right) - \frac{1}{2} \sigma_u \quad (32)$$

Druga i treća jednačina u (31) opisuju na novi način uslove maksimiziranja profita. Iz druge jednačine možemo pisati

$$\log Q_t - \log R_t = \log \frac{wR_1}{pZ} + \log e^{\sigma_u^2} \quad (33)$$

Antilogaritmiranjem i korišćenjem činjenice da je α elastičnost proizvodnje s obzirom na rad (i shodno tome količnik marginalnog i prosečnog proizvo-

da rada) dobijamo sledeću vezu između vrednosti marginalnog proizvoda rada i nadnice

$$pQ_{LR} = wR_{1j}e^{\sigma_j} \quad (34)$$

u kojoj figuriše i stohastički član iz proizvodne funkcije. Kako potrebni uslovi nisu zadovoljeni i zbog razlika u očekivanim i stvarnim cenama, to u drugu i treću jednačinu su dodata i odstupanja nastala iz ovih slučajnih kretanja.

Autori ovog modela su pokazali da utrošci ne zavise od stohastičkog člana u proizvodnoj funkciji. S druge strane, pretpostavka da između u_{10} i u_{11} kao i u_{12} i u_{13} ne postoji korelaciona veza izgleda realna. Pod ovim uslovima ocene jednačine proizvodne funkcije koristeći metod najmanjih kvadrata nisu nekonzistentne. Ako su odstupanja normalno raspoređena, pokazano je da su ocene pored toga i nepristrasne.

Pored ovih prikazanih modela konstruisani su i razni drugi modeli na osnovu Cobb-Douglasove ili CES funkcije, koji se uglavnom razlikuju u pretpostavkama o prirodi stohastičkog člana i na taj način impliciraju razne metode ocenjivanja u cilju dobijanja nepristrasnih i konzistentnih ocena. Da bi se ukazalo na različite pristupe u konstruisanju modela proizvodnje i na različite probleme specifikacije, kao i na superiornost kasnijih modela u smislu rasvetljavanja postojećih veza, razmatrani su ovi modeli proizvodnje.

Na početku ovog poglavlja je istaknuto da korišćenje modela nije povezano samo sa prednostima (pa i to ne u svakoj analizi) već da ima i određene nedostatke. Poznato je da najozbiljniji problem predstavlja identifikacija. Ukoliko u sistemu jednačina figurišu i egzogene promenljive, potreban uslov za identifikaciju svih parametara proizvodne funkcije jeste da broj uključenih predeterminisanih varijabli bude jednak broju uključenih endogenih promenljivih umanjenom za jedan (7, str. 249—252). U modelu proizvodnje, međutim, ovaj kriterij za identifikaciju nema praktičnu vrednost jer ne figurišu egzogene varijable u sistemu. To znači da se moraju formulirati drugi kriteriji za identifikaciju sistema koji sadrži dodatne teškoće u dobijanju ocena.

Metodi ocenjivanja proizvodne funkcije

Najjednostavniji i najčešće upotrebljavani metod ocenjivanja parametara proizvodne funkcije je metod najmanjih kvadrata za jednu regresionu jednačinu. Pozitivne karakteristike ovog metoda su pre svega relativna jednostavnost u izračunavanju ocena kao i male standardne greške. Ovde je važno imati na umu činjenicu da ovaj metod daje predviđanja sa najmanjom standardnom greškom.

Upravo zbog toga se on najčešće i koristi. Međutim, ako je model proizvodnje oblika datog u (19), odgovarajuće ocene su pristrasne i nekonzistentne. I. Hoch je pokazao da korišćenjem metoda najmanjih kvadrata u tom modelu ocene postaju pristrasne u smislu predstavljanja konstantnih prinosa, jer zbir parametara Cobb-Douglasove funkcije iznosi jedan. I na kraju dobivene ocene mogu biti pristrasne i zbog ispuštanja nekih varijabli iz regresione jednačine (15, str. 19).

Veoma jednostavan metod u ocenjivanju koeficijenata funkcije se zasniva na učešću faktora. Pod pretpostavkom savršene konkurencije eksponenti u Cobb-Douglasovoj funkciji jednaki su učešćima odgovarajućih faktora u vrednosti proizvodnje (6, str. 29—31). Tada se može pisati

$$\alpha_i = \frac{W_i}{Q_i} \quad (35)$$

odnosno

$$\log \alpha_i = \log W_i - \log Q_i \quad (36)$$

a ocena za $\log \alpha$ se dobija u »cross-section« analizi iz sledeće jednačine

$$\log \alpha = \frac{1}{n} \sum_i (\log W_i - \log Q_i) \quad (37)$$

Ocena $\log \alpha$, međutim, nije nepristrasna ocena α pošto se radi o logaritamskoj transformaciji tog parametra, ali se smatra da pristrasnost nije značajna zbog malih razlika u parametrima α_i . Još jedna činjenica se mora imati u vidu kod korišćenja ovog metoda. On se zasniva na pretpostavci konstantnih prinosa, pošto zbir učešća iznosi jedan. Stoga nije moguće oceniti uticaj ekonomije obima. Međutim, u slučaju privrede ili grane u kojoj važe skoro uslovi savršene konkurencije i kada se ne ispituje priroda prinosa, ovaj metod može dati prilično dobre rezultate.

Suština metoda koji se bazira na matrici varijansi i kovarijansi je u sledećem. Polazi se od unapred utvrđenih korelacionih koeficijenata između stohastičkih članova. Zatim se disperziona matrica koja se odnosi na zavisnu i nezavisne varijable dovodi u vezu sa parametrima preko uspostavljenih jednačina modela. Za model proizvodne funkcije sa dva utroška, kao na primer model u (20) jednačine čije parametre ocenjujemo, mogu se predstaviti u matricnom obliku (16, str. 20). Ako matricu koja sadrži koeficijente u jednačinama sistema označimo sa A , a vektor promenljivih i stohastičkog člana sa x i u dobija se

$$Ax = u, \quad \text{gde je} \quad A = \begin{vmatrix} 1 & -\alpha & -\beta \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (38)$$

Tada imamo

$$Ax (Ax)' = u u' \quad (39)$$

$$Axx'A' = u u'$$

Ako disperzionu matricu promenljivih osnovnog skupa označimo sa $V(x)$ i odgovarajuću matricu odstupanja sa $V(u)$, a matrice uzorka sa $\hat{V}(x)$ i $\hat{V}(u)$ sledi jednačina za ocenjivanje

$$\hat{A}\hat{V}(x)\hat{A}' = \hat{V}(u) \quad (40)$$

Kako su jednačine nelinearne s obzirom na koeficijente proizvodne funkcije, ovaj metod je veoma malo korišćen. Verovatno najveći nedostatak metoda čini a priori određivanje koeficijenata korelacije stohastičkih članova.

I na kraju, korišćenje instrumentalnih varijabli je takođe moguće. Ali u ocenjivanju proizvodnog modela nije lako naći dve instrumentalne varijable (u cilju dobijanja konzistentnih ocena) koje bi bile nezavisne od stohastičkog člana u proizvodnoj funkciji, i stoga je ovaj metod relativno malo korišćen.

Zaključna razmatranja

Analiza ekonometrijskih i nekih važnih teorijskih aspekata problematike proizvodnih funkcija pokazuje da ona sadrži mnoga nerešena konceptijska i statističko-metodološka pitanja. U radu je istaknuto da proizvodna funkcija predstavlja instrument mikroekonomske analize, čije su promenljive u teoriji tačno definisane. S druge strane, raspravlja se o opravdanosti upotrebe proizvodne funkcije u makroekonomskim istraživanjima, odnosno o kriterijima koji moraju biti zadovoljeni da bi se razmatrala odgovarajuća veza na makro nivou. Pri tome se izlažu neke osnove teorije agregiranja i daje se osvrt na važne kriterije koji se u teoriji proizvodnje moraju poštovati u cilju obezbeđenja konzistentnosti. Pokazano je da agregiranje dovodi do pristrasnosti ocena parametara.

U svetlu ovih razmatranja izložena je i problematika merenja promenljivih u makroekonomskoj proizvodnoj funkciji. Teškoće u svođenju rada na jedinstvenu homogenu kategoriju date su na prvom mestu. Problematika indeksnih brojeva izložena je kod merenja proizvoda. A najviše problema konceptijske i statističke prirode kao i onih koji se odnose na podatke o korišćenju kapaciteta izloženo je u razmatranju karaktera kapitala kao argumenta proizvodne funkcije. Izbor podataka za empirijska istraživanja, tj. karakteristika analiza na osnovu vremenskih serija i statističkih preseka i ekonometrijske implikacije raznih tipova analize takođe se razmatraju.

Problematika statističkog ocenjivanja posebno obuhvata karakteristike ocena na bazi jedne regresione jednačine, pri čemu je dat osvrt na probleme ispuštenih promenljivih, multikolinearnost i greške u merenju koje su u ovoj oblasti često prisutne. U razmatranjima modela proizvodnje na bazi simultanih jednačina konstatuje se da izbor modela zavisi prvenstveno od cilja analize. Istaknuto je da ukoliko cilj analize predstavlja predviđanja proizvodnje, korišćenje jedne regresione jednačine pruža adekvatne informacije. Međutim, za utvrđivanje efekata mera ekonomske politike potrebno je oceniti strukturalne parametre sistema. Kod analiziranja problema identifikacije uočava se da poznati kriterij za identifikaciju nema praktičnu vrednost, jer ne figurišu egzogene varijable u sistemu.

I na kraju se ukratko razmatraju i metodi ocenjivanja, metod najmanjih kvadrata, metod zasnovan na učešću faktora, mogućnost korišćenja instrumentalnih promenljivih i metod na bazi disperzione matrice.

Gornje konstatacije upućuju na zaključak da u empirijskom radu postoje mnogobrojni veoma složeni problemi, koji se ne mogu zanemariti kada se interpretiraju dobiveni rezultati. Mnogi slični problemi se javljaju i u analizama drugih oblasti ekonomske teorije u kojima je potrebno takođe voditi

računa o značaju i dometu kvantitativnih metoda. Dalji razvoj ekonomske teorije i metodologije omogućiće bez sumnje potpunije i znatno egzaktnije sagledavanje efekata različitih međuzavisnosti u sferi proizvodnje.

(Rad primljen juna 1972.)

LITERATURA

1. Allen R.G.D., *Macroeconomic Theory, A Mathematical Treatment*, Macmillan, London, 1967.
2. Arrow, K.J., H.B.Chenery, B.S.Minhas, R.M.Solow, »Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency«, u A. Zellner (edit.) *Readings in Economic Statistics and Econometrics*, Little Brown and Company, Boston, 1968.
3. Cobb, C.W., P. Douglas, »A Theory of Production«, *American Economic Review*, (Suppl.) vol. 18., 1928.
4. Hildebrand, G.H., T.Ch. Liu, *Manufacturing Production Functions in the United States: an Interindustry and Interstate Comparison of Productivity*, New York, State School of Industrial and Labor Relations, New York, 1965.
5. Hoch, I., »Simultaneous Equation Bias in the Context of the Cobb-Douglas Production Functions«, *Econometrica*, vol. 26, (oct.) 1958
6. Horvat, B., »Tehnički progres u jugoslavenskoj privredi«, *Ekonomika analiza*, No. 1—2, 1969.
7. Johnston, J., *Econometric Methods*, Mc Graw-Hill, New York, 1963.
8. Marschak, J., W. J. Andrews, »Random Simultaneous Equations and the Theory of Production«, *Econometrica*, vol. 12, (jul-oct.) 1944.
9. Minhas, B.S., *An International Comparison of Factor Costs and Factor Use*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1963.
10. Sicherl, P., *Osnovna sredstva kao faktor privrednog razvoja i planiranja*, Ekonomske studije, br. 4, IEN, Beograd, 1971.
11. Solow, R.M., »Technical Change and the Aggregate Production Function«, u A. Zellner (edit.) *Readings in Economic Statistics and Econometrics*, Little Brown & Company, Boston, 1968.
12. Theil, H., »Alternative Approaches to the Aggregation Problem«, Netherlands School of Economics, Reprint series, No. 57, 19.
13. — — —, *Linear Aggregation of Economic Relations*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1954.
14. — — —, »Specification Errors and the Estimation of Economic Relationship«, *The Review of the International Statistical Institute*, vol. 25, 1967.
15. Walters, A.A., »Production and Cost Functions: an Econometric Survey«, *Econometrica*, vol. 31, No. 1—2, 1963.
16. Zellner A., J. Kmenta, J. Drèze, »Specification and Estimation of Cobb-Douglas Production Function Model«, u A. Zellner (edit.), *Readings in Economic Statistics and Econometrics*, Little Brown & Company, Boston, 1968.